

Kapitel 3

Belastungsanalyse

3.1 Einleitung

Der Lastfall, ein Begriff aus der Ingenieurswelt, ist eine zentrale Grösse bei der Dimensionierung von neuen Konstruktionen oder bei der Beurteilung vorhandener Systeme. Der Lastfall beschreibt die Art und die Grösse der Belastung, die die Konstruktion zu tragen hat. Dieser Begriff ist auch eine zentrale Grösse in der Biomechanik. Bei der Entwicklung von Prothesen, künstlichen Gelenken, Orthesen, Spezialschuhen für orthopädische Korrekturen, Sportgeräten und Sportböden bildet der Lastfall die mechanische Vorgabe für den Konstrukteur. Der Lastfall spielt aber auch bei Interventionen wie z.B. in der Rehabilitation eine wichtige Rolle. In diesem Bereich geht es um zumutbare Belastungen einer geschwächten vorgegebenen Konstruktion.

Bewegung und die damit verbundene Beanspruchung des biologischen Materials sind – grob gesehen – über Newton direkt miteinander verknüpft. Daher stellt das Zuordnen von Bereichen „kritischer“ Bewegungen sowohl in der Sportmedizin, in der Rehabilitation als auch im Sport eine wichtige Voraussetzung der Prevention dar. Diese Zuordnung von kritischen Bereichen ist eine Aufgabe von Spezialisten wie z.B. „Ingenieure“ des menschlichen Bewegungsapparates.

Ob eine Veränderung des Bewegungsablaufes, aufgezwungen zum Beispiel durch das Tragen von Schuheinlagen, tatsächlich auch eine relevante gewünschte Veränderung der Beanspruchung mit sich bringt ist nicht immer offensichtlich. Die Grundidee in diesem Beispiel ist, dass das Tragen von Schuheinlagen einen veränderten Bewegungsablauf auf zwingt, welches dann zu einer veränderten Beanspruchung führt, so dass die Beanspruchung sich mehr der Beanspruchbarkeit nähert.

Die zwei zentralen Fragen, die bei der Belastungsanalyse zu beantworten sind, lauten:

- Wie werden innere Strukturen des menschlichen Bewegungsapparates in Abhängigkeit von der Bewegung belastet und beansprucht?
- Wie kann man diese inneren Belastungen mit nicht **invasiven** Methoden bestimmen?

Das Ziel der Belastungsanalyse (in dieser Vorlesung) ist es, aus der Kenntnis des Bewegungsablaufes, der äusseren Krafterwirkungen und Informationen über den Aktivitätszustand der Muskulatur, die inneren Kräfte und die Beanspruchung des biologischen Materials abzuschätzen.

Kapitel 3 ist inhaltlich in drei Abschnitte unterteilt. Im ersten Abschnitt, bezeichnet mit **Grundproblematik der Belastungsanalyse**, wird der Begriff des muskulären Drehmomentes eingeführt. Mit diesem Begriff werden zwei Lemmas der Belastungsanalyse formuliert und die Grundidee von Optimierungsverfahren zur Bestimmung individueller Muskelkräfte erläutert.

Im zweiten Abschnitt (**Bewegungsanalyse**) wird ein oft angewendetes Verfahren in der Biomechanik, die sogenannte Bewegungsanalyse, kurz eingeführt und am Beispiel *Gehen* erläutert. Das generelle Ziel solcher Analysen ist es, das Bewegungsmuster (und die damit verbundenen mechanischen Merkmale) zu quantifizieren. Eine Bewegungsanalyse ist der erste Schritt einer Belastungsanalyse. Die Ganganalyse, die Analyse der Bewegung *Gehen*, wie sie am Laboratorium für Biomechanik durchgeführt wird, wurde im letzten Semester demonstriert.

Im dritten Abschnitt, **Bestimmung der Belastung im Fuss- und Kniegelenk**, wird die Belastung des Fuss- und Kniegelenkes und der beteiligten Muskulatur am Beispiel der Bewegung *Gehen* berechnet und diskutiert. Dabei werden verschiedenen Kriterien angewendet um „mathematisch“ eindeutige Lösungen zu erhalten.

3.2 Grundproblematik der Belastungsanalyse

Das „free body diagram“ stellt eine Methode dar, Belastungen zu berechnen, die ein Element (einer Konstruktion) in Form eines starren Körpers in einer gegebenen Situation erfährt. Bei diesem Vorgehen wird das Element (in Gedanken) aus der Konstruktion heraus gelöst. In einer statischen Situation müssen dann die Summe aller angreifenden Kräfte und die Summe aller angreifenden Drehmomente verschwinden, die an diesem heraus geschnittenen starren Körper angreifen. Dieses Verfahren kann auch bei quasistatischen und dynamischen Situationen angewendet werden. In dynamischen Situationen wird die Bewegungsgleichung für den Teilkörper aufgeschrieben und „invers gelöst“; d.h. die Bewegung ist bekannt, gesucht sind die Kräfte. In all diesen Situationen ist eine mechanische Beschreibung bzw. ein mechanisches Modell des zu untersuchenden Körpers notwendig, um die Kräfte zu beschreiben, die auf das Element übertragen werden.

Diese Betrachtungen wenden wir an auf die Bewegung *Gehen* - die unteren Extremitäten stehen daher im Zentrum der Analyse. Diese werden hier sehr stark vereinfacht und als kinematische Kette beschrieben. Mit anderen Worten: Fuss, Unterschenkel und Oberschenkel werden als starre Körper behandelt, die über ideale Scharniergelenke miteinander verbunden sind. Reale, biologische Gelenke sind viel komplexer als Scharniergelenke. Die Berücksichtigung z.B. von

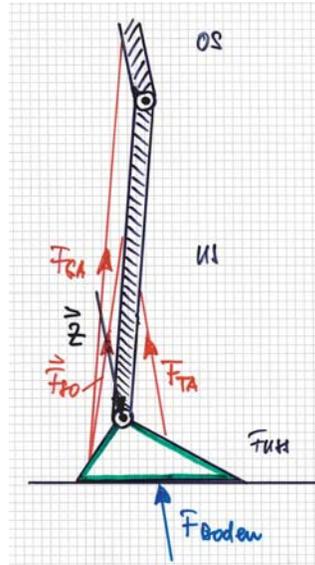
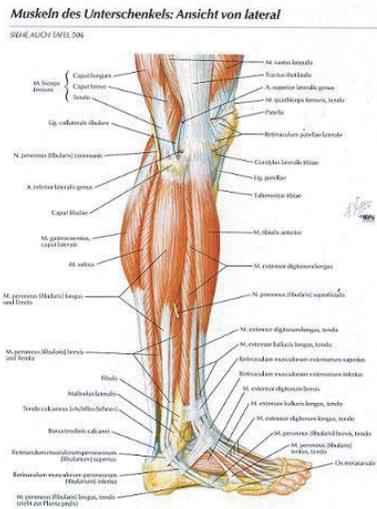


Abbildung 3.1: Die unteren Extremitäten Ober-, Unterschenkel und Fuss (OS, US bzw. Fuss). Links: Sicht aus der Anatomie mit all den beteiligten Muskeln. Rechts: Sicht aus der Mechanik mit Darstellung der Kräfte, die am Körper „Fuss“ angreifen.

passiven, dehnbaren Strukturen eines Gelenkes wie Bänder bereiten im Allgemeinen keine prinzipiellen Schwierigkeiten, sollen hier jedoch unberücksichtigt bleiben.

Einzelne Muskelkräfte wirken zwischen den starren Körpern und ermöglichen die Bewegung „Gehen“. Von all den Muskelkräften, die das obere Sprunggelenk (OSG) überkreuzen, sollen nur die folgenden Muskeln bzw. Muskelgruppen miteinbezogen werden: M. tibialis (= TA), M. soleus (= SO) und der M. gastrocnemius (= GA). Diese drei einzelnen Muskelkräfte und die Zwangskraft im Fussgelenk sind die unbekannt Grössen, die aus der Kenntnis der Bodenreaktionskräfte, deren Angriffspunkten und dem Bewegungsablauf berechnet werden sollen. Um in diesem Abschnitt die grundsätzliche Problematik der Belastungsanalyse in den Vordergrund zu stellen betrachten wir auch hier nur eine planare Bewegung in der x-z-Ebene. Wir nehmen also an, dass die y-Werte von Koordinaten und Kräften gleich null sind, was eigentlich nicht zutrifft.

Unter diesen Voraussetzungen lautet die Bewegungsgleichung für den Körper „Fuss“ für die Translation:

$$m_{Fuss} \cdot \ddot{\vec{r}}_{Fuss} = -m_{Fuss} \cdot \vec{g} + \vec{F}_{TA} + \vec{F}_{SO} + \vec{F}_{GA} + \vec{Z}_{OSG} + \vec{F}_{Boden} \quad (3.1)$$

und für die Rotation:

$$-I_{Fuss} \cdot \ddot{\vec{\phi}}_{Fuss} = \vec{r}_{TA} \times \vec{F}_{TA} + \vec{r}_{SO} \times \vec{F}_{SO} + \vec{r}_{GA} \times \vec{F}_{GA} + \vec{r}_{Z_{OSG}} \times \vec{Z}_{OSG} + \vec{r}_{Boden} \times \vec{F}_{Boden} \quad (3.2)$$

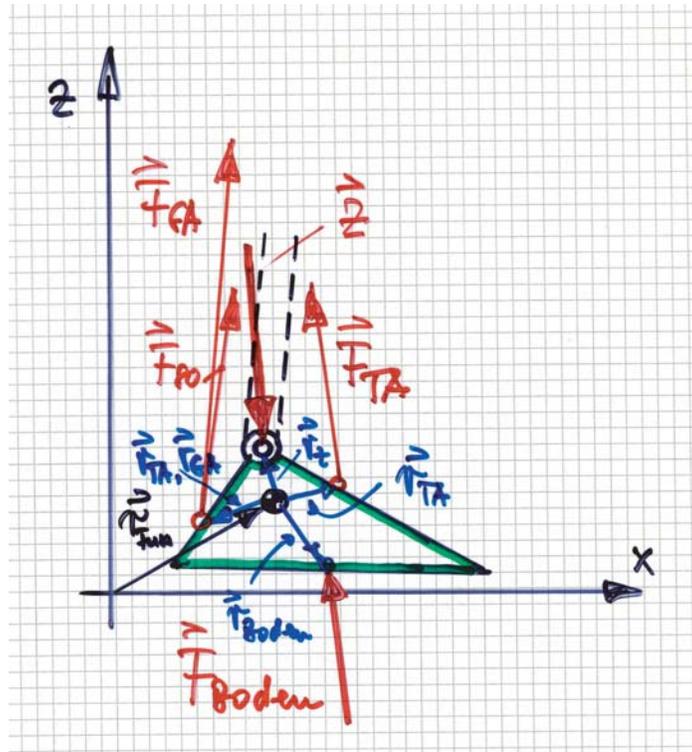


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Kräfte, die am Körper „Fuss“ angreifen als „free body diagram“. F_{TA} , F_{SO} und F_{GA} stellen die Muskelkräfte des M. tibialis, M. soleus und des M. gastrocnemius dar. F_{Boden} ist die äussere Kraft, die vom Boden auf den Fuss einwirkt und Z_{OSG} beschreibt die Zwangskraft, die vom US auf den Fuss wirkt, bedingt durch die Verbindung im oberen Sprunggelenk (OSG). \vec{r}_{TA} ist der Vektor vom Körperschwerpunkt (KSP) des Fusses zum Kraftangriffspunkt (KAP) des M. tibialis. Die Vektoren \vec{r}_{SO} , \vec{r}_{GA} , \vec{r}_Z und \vec{r}_{Boden} sind entsprechend definiert.

mit:

$$\vec{r}_{TA} = \text{Vektor: } KSP - KAP_{F_{TA}},$$

$$\vec{r}_{SO} = \text{Vektor: } KSP - KAP_{F_{SO}}, \text{ etc.}$$

$$\vec{r}_{Z_{OSG}} = \vec{r}_{OSG} = \text{Vektor: } KSP - KAP_Z \text{ bzw. } KSP - \text{Drehachse.}$$

Bemerkung: Die Vektorprodukte haben nur eine von null verschiedene Komponente; nämlich die y-Komponente. Das Vektorproduktzeichen bedeutet also hier: (1) Vektorprodukt normal ausrechnen, dann (2) nur zweite Komponenten aufschreiben. Daher wird auf der linken Seite auf das Vektorzeichen verzichtet.

3.2.1 Das muskuläre Drehmoment

Das muskuläre Drehmoment um eine Gelenksachse ist nur eine Funktion der Muskelkräfte und deren Hebelarme zum betreffenden Gelenk. Das muskuläre

Drehmoment um das OSG ist daher definiert durch:

$$M_{OSG}^{mus} = \vec{r}_{OSG-TA} \times \vec{F}_{TA} + \vec{r}_{OSG-SO} \times \vec{F}_{SO} + \vec{r}_{OSG-GA} \times \vec{F}_{GA} \quad (3.3)$$

mit:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{OSG-TA} &= \text{Vektor: } OSG - KAP_{F_{TA}}, \\ \vec{r}_{OSG-SO} &= \text{Vektor: } OSG - KAP_{F_{SO}}, \text{ etc.} \end{aligned}$$

Diese Grösse kann aus den Gleichungen 3.1 und 3.2 direkt und eindeutig bestimmt werden. Das muskuläre Drehmoment um das OSG kann mit den Variablen wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} M_{OSG}^{mus} &= -I_{Fuss} \cdot \ddot{\phi} - \vec{r}_{OSG} \times \left(m_{Fuss} \cdot (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + \vec{g}) \right) \\ &\quad - \vec{r}_{OSG-Boden} \times \vec{F}_{Boden} \end{aligned} \quad (3.4)$$

mit:

$$\vec{r}_{OSG-Boden} = \text{Vektor: } OSG - KAP_{F_{Boden}}$$

Beweis: Um Gleichung 3.4 zu erhalten, eliminiert man die Zwangskraft aus Formel 3.1. Die erste Zeile schreibt man um, und zwar:

$$\vec{Z}_{OSG} = m_{Fuss} \cdot (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + \vec{g}) - \vec{F}_{TA} - \vec{F}_{SO} - \vec{F}_{GA} - \vec{F}_{Boden}$$

Dann wird der Ausdruck in Gleichung 3.2 eingesetzt. Dies liefert:

$$\begin{aligned} -I_{Fuss} \cdot \ddot{\phi}_{Fuss} - \vec{r}_{OSG} \times m_{Fuss} (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + \vec{g}) - (\vec{r}_{Boden} - \vec{r}_{OSG}) \times \vec{F}_{Boden} = \\ (\vec{r}_{TA} - \vec{r}_{OSG}) \times \vec{F}_{TA} + (\vec{r}_{SO} - \vec{r}_{OSG}) \times \vec{F}_{SO} + (\vec{r}_{GA} - \vec{r}_{OSG}) \times \vec{F}_{GA} \end{aligned}$$

q.e.d.

Das muskuläre Drehmoment kann also eindeutig durch Messen geeigneter Grössen berechnet werden. In diesem Beispiel braucht man für die Berechnung folgende Informationen: Masse des Fusses, Trägheitsmoment des Fusses, Beschleunigung des *KSP* des Fusses, Winkelbeschleunigung des Fusses, den Vektor *KSP* – *OSG*, den Vektor *KSP* – *KAP*_{*F*_{*Boden*}} und die Bodenreaktionskraft. All diese Grössen sind experimentell (einfach) zugänglich.

In einer quasistatischen Analyse (d.h. alle Beschleunigungen werden gleich null gesetzt) erhält man für das muskuläre Drehmoment folgenden Ausdruck:

$$M_{OSG}^{mus} = -\vec{r}_{OSG} \times (m_{Fuss} \cdot \vec{g}) - \vec{r}_{OSG-Boden} \times \vec{F}_{Boden} \quad (3.5)$$

Da die Schwerkraft des Fusses klein ist im Vergleich zur Bodenreaktionskraft kann Formel 3.5 in der Regel durch Vernachlässigen dieses Terms vereinfacht werden. Bei einer quasistatischen Analyse gilt daher für das muskuläre Drehmoment (des Körpers „Fuss“ bezüglich dem OSG):

$$M_{OSG}^{mus} \approx -\vec{r}_{OSG-Boden} \times \vec{F}_{Boden} \quad (3.6)$$

Zusammenfassung: Muskuläres Drehmoment

Das muskuläre Drehmoment bezüglich des oberen Sprunggelenkes ist per definitionem das Drehmoment mit dem Bezugspunkt OSG. Es entsteht durch die Muskulatur, die am Fuss angreift. Dieses muskuläre Drehmoment kann experimentell eindeutig bestimmt werden. Diesen Zusammenhang können wir auch durch die untere Beziehung ausdrücken:

$$M_{OSG}^{mus}(t) = f_{gemessen}(t) \quad (3.7)$$

wobei die Funktion $f_{gemessen}(t)$ die im Experiment messbare zusammengesetzte Grösse (3.4, 3.5 oder 3.6) beschreibt.

Für dieses einfache Beispiel erhält man also nur eine Gleichung, der die einzelnen Muskelkräfte genügen müssen. Diese Gleichung wird hier auch als die „Grundgleichung“ der Belastungsanalyse bezeichnet. Diese Grundgleichung ist in Formel 3.8 bzw. in Formel 3.9 in einer einfacheren Formulierung mit den Beträgen der Muskelkräfte und den dazu gehörigen Hebelarmen dargestellt:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{OSG-TA} \times \vec{F}_{TA} + \vec{r}_{OSG-SO} \times \vec{F}_{SO} + \vec{r}_{OSG-GA} \times \vec{F}_{GA} \\ = f_{gemessen}(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

oder:

$$-h_{TA} \cdot F_{TA} + h_{SO} \cdot F_{SO} + h_{GA} \cdot F_{GA} = f_{gemessen}(t) \quad (3.9)$$

Der M. tibialis wird in diesem Beispiel als Antagonist aufgefasst; M. soleus und M. gastrocnemius sind die Agonisten. Diese Eigenschaft wird in der obigen Formel berücksichtigt, indem ein Minuszeichen beim Hebelarm der Kraft F_{TA} eingeführt wird: Der M. tibialis erzeugt ein negatives Drehmoment, M. soleus und M. gastrocnemius ein positives Drehmoment. Gleichung 3.9 fasst das Grundproblem der Belastungsanalyse auf sehr einfache Art zusammen.

Gesucht sind die Beträge der Muskelkräfte, bekannt sind die drei Hebelarme zu jedem Zeitpunkt und das muskuläre Drehmoment als experimentelles Resultat.

3.2.2 Lemmas der Belastungsanalyse

Die drei Muskelkräfte können demzufolge nicht eindeutig berechnet werden, da für die drei Unbekannten nur eine mechanische Gleichung aufgeschrieben werden kann. Auch ohne antagonistische Aktivität kann die Kraft der zwei Agonisten nicht bestimmt werden, da zu wenig Information vorliegt. Aus diesen Überlegungen können die zwei folgenden Lemmas formuliert werden:

Lemma 1 *Bekannt seien: (a) Längen, Massen und Trägheitsmomente der kinematischen Kette (d.h. alle anthropometrischen Daten), (b) die Kinematik der Kette und (c) die äusseren Kräfte.*

Behauptung: Muskel- und Zwangskräfte können nur dann eindeutig berechnet

werden, falls nicht mehr Muskeln ein Gelenk überkreuzen als dieses Freiheitsgrade hat. (Genauer: pro Freiheitsgrad ein Muskel, falls pro Freiheitsgrad je eine unabhängige Gleichung aufgeschrieben werden kann).

Beweis: klar!

Lemma 2 Bekannt seien: a) Längen, Massen und Trägheitsmomente der kinematischen Kette (d.h. alle anthropometrischen Daten), b) die Kinematik der Kette, c) die äusseren Kräfte und d) die Aktivität aller Muskeln.

Behauptung: Muskel- und Zwangskräfte können auch bei Kenntnis der Muskelaktivitäten nicht eindeutig berechnet werden, falls mehr Muskeln ein Gelenk überkreuzen als dieses Freiheitsgrade hat. (Genauer: pro Freiheitsgrad ein Muskel, falls pro Freiheitsgrad je eine unabhängige Gleichung aufgeschrieben werden kann).

Beweis: klar! Die Muskelaktivität alleine ist kein direktes Mass für die dynamische Muskelkraft! Siehe Abschnitt „Der Muskel als Motor“.

3.2.3 Lösungsansätze

Dieses Problem versucht man durch Einführung von physiologischen Bedingungen zu lösen. Verschiedene physiologische Bedingungen stehen zur Diskussion und werden in der Praxis angewendet. In Abbildung 3.3 sind einige Bedingungen aufgelistet, die z.B. Glitsch und Baumann (1997) verwendet haben, um die Unterschiede in der Belastung, die bei einer zwei- bzw. dreidimensionalen Belastungsanalyse auftreten. (Blitsch und Baumann, The three-dimensional Determination of Internal Loads in the Lower Extremity, J. Biomech, 30, pp 1123-31).

Die ersten Beispiele von Funktionalen, die wir in diesem Abschnitt (Vorlesung bzw. Übungen) analysieren und diskutieren betreffen nur die Agonisten. Die Antagonisten sind bei diesen Betrachtungen NIE aktiv. Diese Unterteilung ist prinzipiell nur für eingelenkige Muskeln anwendbar, bei zweigelenkigen Muskeln entstehen Widersprüche. Diese Betrachtungen werden wir weiter unten wieder aufgreifen. Typische Beispiele, ohne Antagonisten, sind:

- Die Muskelspannung (Kraft pro Fläche) aller Agonisten ist gleich gross.
- Die Summe der Muskelspannungen aller Agonisten ist minimal.
- Die Summe der Muskelkräfte aller Agonisten ist minimal.
- Die Summe der Muskelkräfte im Quadrat aller Agonisten ist minimal.
- Die Arbeit aller Agonisten ist minimal.
- Die Wärmeproduktion aller Agonisten ist minimal.
- Der Energieverbrauch aller Agonisten ist minimal.

Table 1. Internal load parameters when applying different optimization approaches and joint representations in (a) walking and (b) running (further details see text)

Objective function Min	Dimension	Joint type			Torsional joint loading*		Max. muscle force (BW)	Max. muscle stress (MPa)	Max. joint force (BW)
		Hip	Knee	Ankle	Knee	Ankle			
(a) Walking									
$\sum f_i$	2	h	h	h	—	—	3.2	1.8	4.2
$\sum f_i^2$	2	h	h	h	—	—	1.0	1.1	4.8
$\sum f_i^3$	3	s	i	i	1.5	1.1	1.2	2.4	6.1
$\sum (f_i/A_i)^2$	3	s	h	h	2.7	1.1	1.5	1.5	6.9
$\sum (f_i/A_i)^3$	3	s	s	s	0.0	0.0	30.7	61.2	123.2
$\sum (f_i/A_i)^2$	3	s	i	i	1.4	0.9	1.4	1.3	6.9
$\sum (f_i/A_i)^3$	3	s	i	i	1.0	1.1	1.4	1.1	7.8
(b) Running									
$\sum f_i$	2	h	h	h	—	—	5.4	5.8	7.3
$\sum f_i^2$	2	h	h	h	—	—	2.8	2.5	12.2
$\sum f_i^3$	3	s	i	i	1.9	2.0	3.2	4.7	19.7
$\sum (f_i/A_i)^2$	3	s	h	h	7.5	1.4	4.6	2.6	16.6
$\sum (f_i/A_i)^2$	3	s	s	s	0.0	0.0	16.8	13.3	40.8
$\sum (f_i/A_i)^2$	3	s	i	i	1.9	1.3	4.6	2.6	17.7
$\sum (f_i/A_i)^3$	3	s	i	i	1.7	1.4	4.2	2.3	17.8

*In multiples of the relevant max. torsional intersegment moment.
 Joint type: h = hinge; s = spherical; i = intermediate (see text).
 A_i = Muscle cross-sectional area.
 f_i = Force magnitude of relevant biological structure.

Abbildung 3.3: Tabelle aus der Arbeit von Glitsch und Baumann. Die linke Spalte definiert die verwendeten Funktionale.

Unser Interesse gilt der Frage, wie stark solche Bedingungen die Lösung beeinflussen. Mathematisch gesehen führt diese Art der Problemstellung (für Beispiele zwei bis sieben) auf Funktionale. Diese mathematischen Betrachtungen werden weiter unten behandelt. Können die einzelnen Muskelkräfte nicht eindeutig bestimmt werden, so kann auch die Zwangskraft nicht eindeutig berechnet werden. Die Zwangskraft ist direkt von der Summe der Muskelkräfte abhängig. In Formel 3.11 sind die einzelnen Muskelkräfte in deren Beträge und Richtungen aufgeteilt worden, da die Richtung der Muskelkräfte experimentell zugänglich ist und daher als bekannt vorausgesetzt werden kann.

$$\vec{Z}_{OSG} = m_{Fuss} \cdot (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + \vec{g}) - \vec{F}_{Boden} - \vec{F}_{TA} - \vec{F}_{SO} - \vec{F}_{GA} \quad (3.10)$$

oder unter Berücksichtigung der Richtung der einzelnen Muskelkräfte, ausgedrückt durch deren Einheitsvektoren:

$$\begin{aligned} \vec{Z}_{OSG} = m_{Fuss} \cdot (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + \vec{g}) - \vec{F}_{Boden} \\ - (F_{TA} \cdot \vec{e}_{TA} + F_{SO} \cdot \vec{e}_{SO} + F_{GA} \cdot \vec{e}_{GA}) \end{aligned} \quad (3.11)$$

Setzt man 3.9 in 3.11 ein (und eliminiert den Muskel GA), so erhält man die Abhängigkeit der Zwangskraft von den „frei“ wählbaren Muskelkräften TA und SO. Das Resultat ist in Formel 3.12 wiedergegeben.

$$\begin{aligned} \vec{Z}_{OSG} = m_{Fuss} \cdot (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + \vec{g}) - \vec{F}_{Boden} - \frac{f_{gemessen}}{h_{GA}} \cdot \vec{e}_{GA} \\ - \left(F_{TA} \cdot \left(\vec{e}_{TA} + \frac{h_{TA}}{h_{GA}} \cdot \vec{e}_{GA} \right) + F_{SO} \cdot \left(\vec{e}_{SO} - \frac{h_{TA}}{h_{GA}} \cdot \vec{e}_{GA} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Die erste Zeile in 3.12 ist experimentell bestimmbar, die zweite Zeile ist unbekannt. Je nach Wahl dieser zwei Muskelkräfte kann auch die Zwangskraft variieren. Ohne antagonistische Aktivität ist der Variationsbereich der Zwangskraft gegeben durch den Ausdruck:

$$F_{SO} \cdot \left(\vec{e}_{SO} - \frac{h_{TA}}{h_{GA}} \cdot \vec{e}_{GA} \right) \quad (3.13)$$

Dieser Term ist relativ klein, da die Hebel praktisch gleich gross sind und die zwei Muskelkräfte beinahe in der gleichen Richtung wirken.

Neben der Einführung von zusätzlichen physiologischen Bedingungen, gibt es noch andere Varianten dem Problem der Unbestimmtheit zu begegnen. Die einfachste Methode, die oft praktiziert wird, ist die Anzahl Muskeln soweit zu reduzieren, dass das Problem mathematisch eindeutig lösbar ist. Die Interpretation der gewonnenen Resultate ist dann „Geschmackssache“. Eine andere Möglichkeit ist, dass man keine Eindeutigkeit verlangt, dafür aber den ganzen Lösungsraum „diskutiert“ und nach den extremsten Werten sucht, die z.B. zu Beschwerden führen könnten. Diese zwei Varianten werden in der Vorlesung kurz besprochen.

3.2.4 Optimierungsverfahren, Optimierungsmethoden

Um die Muskelkräfte eindeutig aus der Grundgleichung (3.8 bzw. 3.9) bestimmen zu können, werden zusätzliche Nebenbedingungen eingeführt; hier in Form von physiologischen Bedingungen. Wir werden das Problem allgemein behandeln, jedoch unter Berücksichtigung folgender Bedingungen:

1. Ohne antagonistische Aktivität, nur eingelenkige Muskeln
2. Mit antagonistischer Aktivität, nur eingelenkige Muskeln
3. Mit antagonistischer Aktivität, ein- und zweigelenkige Muskeln

Die Fälle zwei und drei werden weiter unten im Rahmen der detaillierten Belastungsanalyse der unteren Extremitäten beim Gehen anhand eines gemessenen Datensatzes behandelt.

Ohne antagonistische Aktivität und nur eingelenkige Muskeln

Die allgemeine Grundgleichung der Belastungsanalyse lautet:

$$\sum_{i=1}^N h_i(t) \cdot F_i(t) = f_{gemessen}(t) \quad (3.14)$$

mit:

$$\begin{aligned} & h_i(t) \text{ bekannt, } 0 < h_i(t) \\ & F_i(t) \text{ unbekannt, } 0 \leq F_i(t) \leq F_i^{max} \text{ und} \\ & f_{gemessen}(t) \text{ bekannt, } 0 < f_{gemessen}(t) \end{aligned}$$

Diese soll nun unter den unten aufgeführten physiologischen Bedingungen gelöst werden. Am Schluss sollen dann die Lösungen zu den verschiedenen Kriterien gegenüber gestellt werden. Die jeweiligen Bedingungen sind:

- Die Muskelspannung (Kraft pro Fläche) aller Agonisten ist gleich gross.
- Die Summe der Muskelspannungen aller Agonisten ist minimal.
- Die Summe der Muskelkräfte aller Agonisten ist minimal.
- Die Summe der Muskelkräfte im Quadrat aller Agonisten ist minimal.
- Die Arbeit aller Agonisten ist minimal.
- Die Wärmeproduktion aller Agonisten ist minimal.

Kriterium: Gleiche Muskelspannung

Die Bedingung verlangt, dass alle Muskelspannungen gleich gross sind. Die Spannungen können dann wie folgt geschrieben werden:

$$\sigma_i(t) = \frac{F_i(t)}{A_i} = \sigma_0(t), \forall i, i = 1, N \quad (3.15)$$

mit:

A_i = physiologischer Querschnitt von Muskel i mit der dazu gehörige Kraft F_i

.

Dieser Ausdruck in 3.14 eingesetzt liefert:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N h_i(t) \cdot A_i \cdot \sigma_0(t) \\ &= \sigma_0(t) \cdot \sum_{i=1}^N h_i(t) \cdot A_i = f_{gemessen}(t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die Spannung $\sigma_0(t)$ kann leicht aus dieser Formel berechnet werden. Das Resultat der Umformungen lautet:

$$\sigma_0(t) = \frac{f_{gemessen}(t)}{\sum_{i=1}^N h_i(t) \cdot A_i} \quad (3.17)$$

und damit sind die einzelnen Muskelkräfte ebenfalls bekannt. Diese berechnen sich zu:

$$F_i(t) = \sigma_0(t) \cdot A_i = \frac{A_i}{\sum_{i=1}^N h_i(t) \cdot A_i} \cdot f_{gemessen}(t) \quad (3.18)$$

Bemerkung: Alle Muskeln sind auch bei kleinem muskulären Drehmoment aktiv!

Zahlenbeispiel:

$N = 2$, z.B. Das obere Sprunggelenk und die zwei Muskeln M. soleus und M. gastrocnemius (soll auch Zahlenbeispiel für alle folgenden Kriterien sein):

$f_{gemessen}(t) = 50, 100, 200 \text{ Nm}$, $h_{SO} = 4.5 \text{ cm}$, $h_{GA} = 5.0 \text{ cm}$, $A_{SO} = 40 \text{ cm}^2$, $A_{GA} = 60 \text{ cm}^2$.

Gesucht: Die zwei Muskelkräfte F_{SO} und F_{GA} .

Lösung:

Für ein muskuläres Drehmoment von 50 Nm ist die Kraft des Soleus in N:

$$F_{SO}(t) = \frac{A_{SO}}{h_{SO} \cdot A_{SO} + h_{GA} \cdot A_{GA}} \cdot f_{gemessen}(t) = \frac{40 \cdot 100 \cdot 50}{480} \approx 417$$

und diejenige des Gastrocnemius (in N):

$$F_{GA}(t) = \frac{A_{GA}}{h_{SO} \cdot A_{SO} + h_{GA} \cdot A_{GA}} \cdot f_{gemessen}(t) = \frac{60 \cdot 100 \cdot 50}{480} = 625$$

Kriterium: Summe der Muskelspannungen ist minimal

Diese Bedingung verlangt, dass die Summe aller Muskelkräfte bezogen auf den physiologischen Querschnitt minimal ist, also muss neben der Gleichung 3.12 auch die Funktion

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^N \sigma_i(t) \quad (3.19)$$

(zu jedem Zeitpunkt) den kleinsten Wert annehmen.

Extremalaufgaben wie sie hier vorliegen können auf unterschiedliche Arten gelöst werden. Eine elegante Art Extremalaufgaben zu lösen ist die Methode der Lagrange'schen Multiplikatoren. Diese Idee wird in der Vorlesung aufgezeigt. In diesem Abschnitt versuchen wir jedoch das Problem durch Elimination von Unbekannten zu lösen.

Aus Formel 3.14 kann eine Unbekannte z.B. die Muskelkraft F_N geschrieben werden als

$$F_N(t) = \frac{f_{gemessen}(t)}{h_N(t)} - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{h_i(t)}{h_N(t)} \cdot F_i(t) \quad (3.20)$$

Diese Abhängigkeit der Kraft F_N von den anderen Kräften ist für das Beispiel M. soleus und M. gastrocnemius in Abbildung 3.4 dargestellt.

Durch Einsetzen von 3.20 in 3.19 nimmt das Funktional die folgende Form an:

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^{N-1} F_i(t) \cdot \left(\frac{1}{A_i} - \frac{h_i(t)}{h_N(t) \cdot A_N} \right) + \frac{f_{gemessen}(t)}{h_N(t) \cdot A_N} \quad (3.21)$$

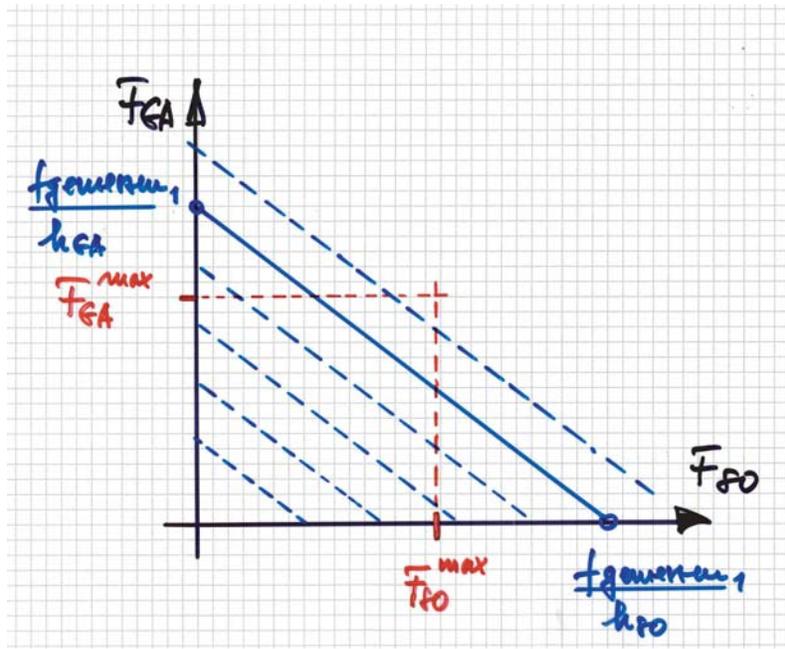


Abbildung 3.4: Darstellung der linearen Beziehung zwischen den Kräften des M. soleus und des M. gastrocnemius, die aus der Grundgleichung hervorgeht. Die Parallelen beschreiben diese lineare Abhängigkeit bei unterschiedlich großem gemessenem muskulärem Drehmoment $f_{gemessen}$. Eingezeichnet sind ebenfalls mögliche maximale Muskelkräfte F_{SO}^{max} bzw. F_{GA}^{max} .

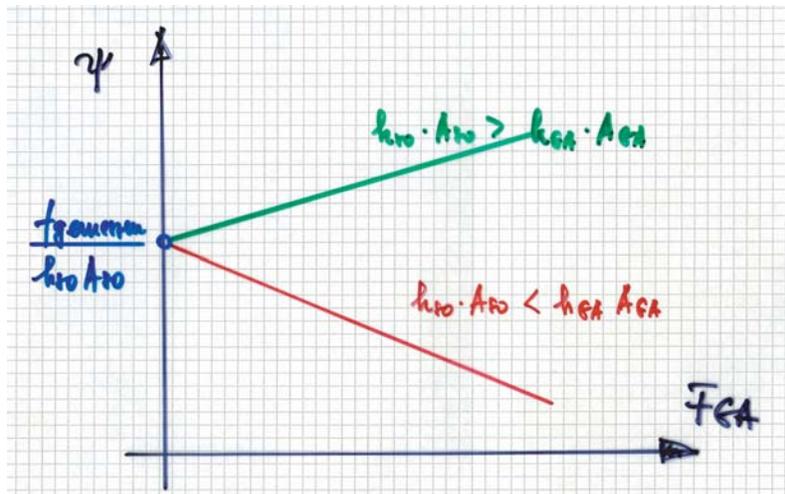


Abbildung 3.5: Darstellung des Funktionals ψ für das Beispiel M. soleus und M. gastrocnemius. Die Beziehung ist beim gewählten Kriterium linear; Die Lösungen befinden sich am Rand des Definitionsbereiches. Siehe Formel 3.24.

Oder umgeschrieben:

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^{N-1} C_i^N(t) \cdot F_i(t) + \frac{f_{gemessen}(t)}{h_N(t) \cdot A_N} \quad (3.22)$$

Das Funktional ψ ist am kleinsten, wenn diejenigen Muskelkräfte möglichst gross sind, die einen grossen negativen Faktor vorzuweisen haben. Der Faktor ist durch eine Kombination von Hebeln und Querschnittsflächen gegeben:

$$C_i^N(t) = \frac{h_N(t) \cdot A_N - h_i(t) \cdot A_i}{h_N(t) \cdot A_i \cdot A_N} \quad (3.23)$$

Damit ist bei kleinem muskulären Drehmoment nur derjenige Muskel aktiv, welcher den grössten negativen Faktor aufweisen kann. Erst nach Erreichen der maximal möglichen Kraft wird der nächste Muskel aktiviert usw.

Für das Beispiel OSG lautet das Funktional für einen Zeitpunkt t :

$$\psi(t) = F_{GA}(t) \cdot \frac{h_{SO}(t) \cdot A_{SO} - h_{GA}(t) \cdot A_{GA}}{h_{SO}(t) \cdot A_{SO} \cdot A_{GA}} + \frac{f_{gemessen}(t)}{h_{SO}(t) \cdot A_{SO}} \quad (3.24)$$

Daraus folgt sofort: Ist $h_{SO}(t) \cdot A_{SO} > h_{GA}(t) \cdot A_{GA}$, dann ist ψ am kleinsten wenn F_{GA} gleich null ist; ist hingegen $h_{SO}(t) \cdot A_{SO} < h_{GA}(t) \cdot A_{GA}$, dann ist ψ am kleinsten wenn F_{GA} möglichst gross ist.

Kriterium: Summe der Muskelkräfte ist minimal

Das Funktional für diese physiologische Bedingung ist gegeben durch den Ausdruck:

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^N F_i(t) \quad (3.25)$$

Einsetzen von F_N aus der Grundgleichung (3.14) bzw. Formel (3.20) liefert:

$$\psi(t) = \sum_{i=1}^{N-1} F_i(t) \cdot \left(1 - \frac{h_i(t)}{h_N(t)}\right) + \frac{f_{gemessen}(t)}{h_N(t)} \quad (3.26)$$

Dieses lineare Funktional zeigt die gleiche Eigenschaft wie „Summe der Muskelspannungen ist minimal“. Für das Beispiel OSG nimmt das Funktional folgende Form an:

$$\psi(t) = F_{GA}(t) \cdot \left(1 - \frac{h_{GA}(t)}{h_{SO}(t)}\right) + \frac{f_{gemessen}(t)}{h_{SO}(t)} \quad (3.27)$$

Aus dieser Formel ist sofort ersichtlich, dass falls $h_{GA}(t) > h_{SO}(t)$ ist, der Wert von ψ am Kleinsten wird, wenn die Muskelkraft F_{GA} am Grössten ist. Falls $h_{GA}(t) < h_{SO}(t)$ ist, dann ist ψ am Kleinsten, wenn die Muskelkraft F_{GA} null ist.

Kriterium: Summe der Muskelkräfte im Quadrat ist minimal

Das Funktional dieser physiologischen Bedingung lautet (Bem.: In den folgenden Formeln wird der Zeitpunkt t weggelassen, damit die Ausdrücke übersichtlicher bleiben):

$$\psi = \sum_{i=1}^N F_i^2 \quad (3.28)$$

Ersetzen von F_N liefert den Ausdruck:

$$\psi = \sum_{i=1}^{N-1} F_i^2 + F_N^2(F_1, F_2, \dots, F_{N-1}) \quad (3.29)$$

mit:

$$F_N(F_1, F_2, \dots, F_{N-1}) = \left(\frac{f_{\text{gemessen}}}{h_N} - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{h_i}{h_N} \cdot F_i \right) \quad (3.30)$$

Das Minimum findet man durch partielle Differentiation von ψ nach den einzelnen Kräften, das Resultat gleich null setzen und das entstandene Gleichungssystem lösen. Sind die Lösungen nicht im Definitionsbereich, so müssen die Randwerte untersucht werden. Dieser Vorgang im Einzelnen liefert:

$$\frac{\partial}{\partial F_i} \psi = 2F_i - 2F_N \cdot \frac{\partial}{\partial F_i} F_N = 2F_i - 2F_N \cdot \frac{h_i}{h_N} = 0 \quad (3.31)$$

oder:

$$F_i = \frac{h_i}{h_N} \cdot F_N(F_1, F_2, \dots, F_{N-1}) \quad (3.32)$$

Die Lösung nun in die Grundgleichung einsetzen, liefert:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N h_i \cdot F_i &= \left(\sum_{i=1}^{N-1} h_i \cdot \frac{h_i}{h_N} \right) \cdot F_N + h_N \cdot F_N = \\ &= \frac{F_N}{h_N} \cdot \left(\sum_{i=1}^N h_i^2 \right) = f_{\text{gemessen}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Dieser Ausdruck umgeformt liefert für die Kraft F_N die Relation:

$$F_N = \frac{h_N}{\sum_{i=1}^N h_i^2} \cdot f_{\text{gemessen}} \quad (3.34)$$

Durch die Gleichungen 3.40 und 3.41 sind alle Muskelkräfte bekannt. Das Resultat für alle N gesuchten Kräfte lautet:

$$F_i = \frac{h_i}{\sum_{i=1}^N h_i^2} \cdot f_{\text{gemessen}}, \forall i, i = 1, N \quad (3.35)$$

Für kleine muskuläre Drehmomente sind die Lösungen im Definitionsbereich, da alle Werte positiv sind. Wird bei einem bestimmten muskulären Drehmoment eine Muskelkraft maximal, so verharrt dieser Muskel bei dieser maximalen Kraft auch bei höherem muskulären Drehmoment. Die restlichen Muskeln müssen dieses Defizit „übernehmen“; die obigen Formeln müssen dementsprechend angepasst werden.

Bemerkung: Das Resultat bedeutet, dass alle N Muskeln eine Kraft erzeugen auch bei kleinem muskulären Drehmoment, d.h. alle Muskel sind stets aktiv im Gegensatz zur Bedingung „Summe der Kräfte“ bzw. „Summe der Spannungen“ ist minimal.

Kriterium: Arbeit aller Agonisten ist minimal

Die Arbeit, die alle Muskeln bei einer kleinen Variation des Gelenkwinkels um $\delta\phi$ verrichten, ist gegeben durch die folgende Formel, da der Ausdruck $h \cdot \delta\phi$ den dazu gehörigen Weg angibt:

$$\psi = \sum_{i=1}^N h_i \cdot F_i \cdot \delta\phi \quad (3.36)$$

Diese physiologische Bedingung (für kleine Winkeländerungen) ist identisch mit der Grundgleichung! Dieses Funktional liefert also keine Zusatzbedingung um das Problem der Unbestimmtheit zu lösen.

Kriterium: Wärmeproduktion aller Agonisten ist minimal

Die Wärmeproduktionsrate eines Muskels ist in der einfachsten Form gegeben durch den Ausdruck:

$$\dot{Q} = ab + av \quad (3.37)$$

Für einen Muskel vom verallgemeinerten Hill'schen Typ (siehe Abschnitt: Der Muskel als Motor) werden diese Parameter und die Muskelkraft durch den Aktivitätszustand Z beschrieben. Diese Abhängigkeit ist für nicht reine Typen z.B. gegeben durch:

$$P_0(Z) = P_{0,1} \cdot Z, \quad a(Z) = a_1 \cdot Z, \quad b(Z) = b_0 + b_1 \cdot Z \quad (3.38)$$

mit: $P_{0,1} > 0$, $a_1 > 0$, $b_0 > 0$, $b_1 > 0$ und

$$F(Z, v) = P_0(Z) \left(1 - \frac{P_{0,1} + a_1}{a_1} \cdot \frac{v}{b(Z) + v} \right) \quad (3.39)$$

Mit diesen Ausdrücken für die Wärmeproduktionsrate nimmt das Funktional ψ - bei statischen Situationen - die Form

$$\psi = \sum_{i=1}^N (a_{1;i} \cdot Z_i) \cdot (b_{0;i} + b_{1;i} \cdot Z_i) = \sum_{i=1}^N (\alpha_i \cdot Z_i + \beta_i \cdot Z_i^2) \quad (3.40)$$

mit: $\alpha_i = a_{1;i} \cdot b_{0;i} > 0$ und $\beta_i = a_{1;i} \cdot b_{1;i} > 0$ an. Durch Einführung des Aktivitätszustandes Z_i für die statische Muskelkraft $F_i = P_{0,1;i} \cdot Z_i$ hat die Grundgleichung der Belastungsanalyse die Form:

$$\sum_{i=1}^N h_i \cdot P_{0,1;i} \cdot Z_i = \sum_{i=1}^N M_{0;i} \cdot Z_i = f_{gemessen} \quad (3.41)$$

mit: $M_{0;i} = h_i \cdot P_{0,1;i}$. Die einzelnen Aktivitäten müssen noch die folgende Bedingung erfüllen:

$$Z_i \in [0, Z_{max,i}] \quad (3.42)$$

mit:

$$Z_{max,i} = \min\left\{1, \frac{f_{gemessen}}{M_{0,i}}\right\} \quad (3.43)$$

Zur Illustration dieses Kriteriums wird auf eine allgemeine Herleitung verzichtet; behandelt wird das obige Beispiel mit den zwei Agonisten M. soleus und M. gastrocnemius. Die charakteristischen Parameter für diese zwei Muskeln seien:

M. soleus (eher Typ I):

$A_{0;SO} = 40 \text{ cm}^2$, $P_{0,1;SO} = 1000 \text{ N}$, $a_{1;SO} = 150 \text{ N}$, $b_{0;SO} = 0.03 \text{ m/s}$, $b_{1;SO} = 0.05 \text{ ms}^{-1}$ und $h_{SO} = 4.5 \text{ cm}$. Damit werden: $\alpha_{SO} = 4.5 \text{ Nms}^{-1}$, $\beta_{SO} = 7.75 \text{ Nms}^{-1}$ und $M_{0;SO} = h_{SO} \cdot P_{0,1;SO} = 45 \text{ Nm}$

M.gastrocnemius (eher Typ II):

$A_{0;GA} = 60 \text{ cm}^2$, $P_{0,1;GA} = 1500 \text{ N}$, $a_{1;GA} = 375 \text{ N}$, $b_{0;GA} = 0.05 \text{ m/s}$, $b_{1;GA} = 0.10 \text{ ms}^{-1}$ und $h_{GA} = 5.0 \text{ cm}$. Damit werden: $\alpha_{GA} = 18.75 \text{ Nms}^{-1}$, $\beta_{GA} = 37.5 \text{ Nms}^{-1}$ und $M_{0;GA} = h_{GA} \cdot P_{0,1;GA} = 75 \text{ Nm}$

Aus Formel 3.41 könnte wie früher die Aktivität z.B. des M. soleus eliminiert werden. Hier wählen wir einen anderen Weg um die Nebenbedingungen 3.43 „sichtbarer“ zu erfüllen. Eine neue Variable λ wird eingeführt. Die Variable λ (Definitionsbereich: $\lambda \in [0, 1]$; λ ist ein Wert auf der Strecke „iso-muskuläres Drehmoment= ..“ im Koordinatensystem der zwei Aktivitäten innerhalb des Definitionsbereiches. Mehr dazu siehe Vorlesung.) wird wie folgt definiert: für den Bereich $f_{gemessen} \leq M_{0;SO}$ ($M_{0;SO} < M_{0;GA}$!)

$$\begin{aligned} Z_{SO}(\lambda) &= \frac{f_{gemessen}}{M_{0;SO}} \cdot \lambda \\ Z_{GA}(\lambda) &= \frac{f_{gemessen}}{M_{0;GA}} \cdot (1 - \lambda) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Im diesem ersten Bereich wird nun das Minimum des Funktionals ψ gesucht. Das Funktional ψ nimmt bei der Substitution der Aktivitäten nach Formel 3.44 folgende Form an:

$$\begin{aligned} \psi(\lambda) &= \alpha_{SO} \cdot Z_{SO}(\lambda) + \beta_{SO} \cdot Z_{SO}^2(\lambda) \\ &+ \alpha_{GA} \cdot Z_{GA}(\lambda) + \beta_{GA} \cdot Z_{GA}^2(\lambda) \end{aligned} \quad (3.45)$$

Nach Einsetzen der obigen Werte für α_{SO} , β_{SO} , α_{GA} und β_{GA} wird das Funktional als Funktion von λ und $f_{gemessen}$ zu (Graphische Darstellung siehe Abbildung 3.6):

$$\begin{aligned} \psi(\lambda, f_{gemessen}) &= f_{gemessen} \cdot (0.25 - 0.15 \cdot \lambda) + \\ &f_{gemessen}^2 \cdot (0.00667 - 0.01333 \cdot \lambda + 0.01049 \cdot \lambda^2) \end{aligned} \quad (3.46)$$

und deren partielle Ableitung nach λ zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial \lambda}(\lambda, f_{gemessen}) &= -0.15 \cdot f_{gemessen} + \\ &f_{gemessen}^2 \cdot (-0.01333 + 0.02098 \cdot \lambda) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Das Minimum wird erreicht an der Stelle

$$\lambda = 0.63529 + \frac{7.14706}{f_{\text{gemessen}}} \quad (3.48)$$

Da aber λ nicht grösser als 1 sein kann, wird das Minimum der Funktion ψ , für gemessene muskuläre Drehmomente f_{gemessen} , die kleiner sind als ≈ 19.6 Nm, bei $\lambda = 1$ angenommen. Dies bedeutet, dass in diesem Bereich nur der M. soleus aktiv ist, der M. gastrocnemius hingegen nicht.

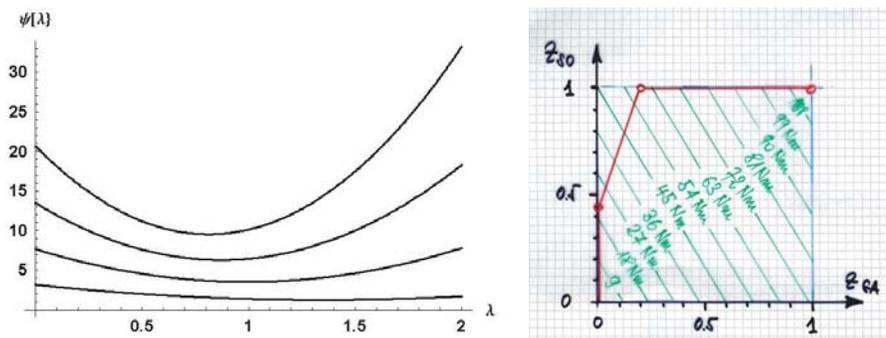


Abbildung 3.6: Links: Darstellung des Funktionals $\psi(\lambda, f_{\text{gemessen}})$ für die Werte $f_{\text{gemessen}} = 10$ Nm, $f_{\text{gemessen}} = 20$ Nm, $f_{\text{gemessen}} = 30$ Nm und $f_{\text{gemessen}} = 40$ Nm. Der Definitionsbereich von λ ist das Intervall $[0, 1]$. Zur besseren Veranschaulichung der Lage des Minimums wurde in dieser Graphik der Bereich $[0, 2]$ gewählt. Mehr siehe Text. Rechts: Darstellung der Aktivität der zwei Muskeln M. soleus (Z_{SO}) und M. gastrocnemius (Z_{GA}) als Funktion des gemessenen muskulären Drehmomentes f_{gemessen} .

Das entsprechende Vorgehen in den zwei anderen Bereichen ($M_{0,SO} \leq f_{\text{gemessen}} \leq M_{0,GA}$, bzw. $M_{0,GA} \leq f_{\text{gemessen}} \leq (M_{0,SO} + M_{0,GA})$) liefert folgendes Resultat (Die Berechnungen im Detail sollen als Übung durchgeführt werden.): Die Aktivität des M. Soleus Z_{SO} erreicht den maximalen Wert 1, wenn das gemessene muskuläre Drehmoment f_{gemessen} den Wert 59.58 Nm erreicht. Grössere Drehmoment werden nur durch eine Steigerung der Aktivität des M. gastrocnemius erreicht. Diese Abhängigkeit der Aktivitäten der zwei Muskeln M. soleus und M. gastrocnemius vom muskulären Drehmoment ist in Abbildung 3.6 (rechts Bild) dargestellt.

Das Kriterium der minimalen Wärmeproduktionsrate liefert im Ansatz das zu erwartende Resultat, nämlich, dass bei kleinen Drehmomenten und daher kleiner Aktivität der M. soleus als Typ I Kraft erzeugt. Der M. gastrocnemius, als Typ II, wird für grössere Kräfte dazu geschaltet.

Zum Abschluss dieser theoretischen Betrachtungen dient der Vergleich zwischen berechneten Werten (nach Dul et al., (1984), Kriterium: „minimum fatigue“) und gemessenen Werten (Herzog et al., 1987). Gemessen wurde die Kraft im M. soleus, M. gastrocnemius und M. plantaris der Katze beim Gehen, Laufen und Springen (siehe Abbildung 3.8).

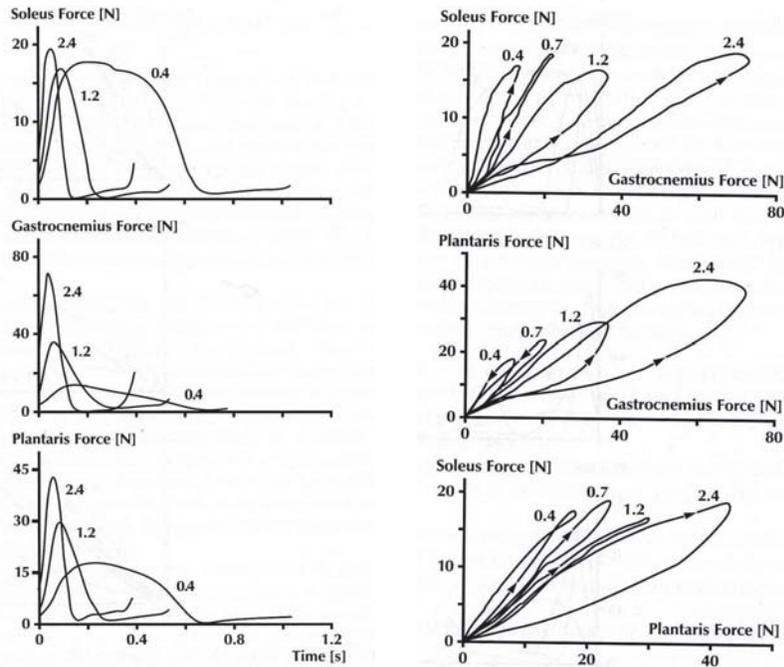


Abbildung 3.7: Rechts: Kraft-Zeit-Verlauf der Muskelkräfte M. soleus, M.gastrocnemius und M. plantaris beim Gehen und Laufen. Links: „Verknüpfung“ der drei Muskelkräfte. Beide Grafiken aus Epstein & Herzog, Theoretical Models of Skeletal Muscle, 1998, John Wiley & Sons

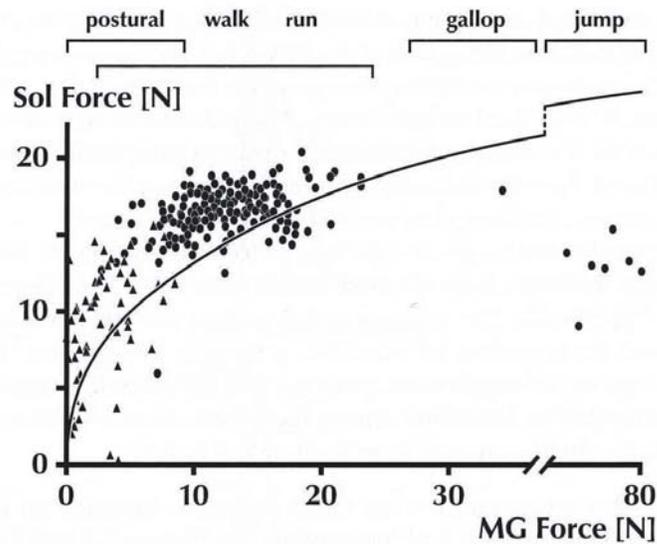


Abbildung 3.8: Theoretische Relation zwischen den Muskelkräften (Kriterium: Ermüdung) und gemessenen Muskelkräften bei unterschiedlichen Aktivitäten (Gehen, Laufen und Springen). Aus Epstein & Herzog, 1998.

3.3 Bewegungsanalyse

3.3.1 Einleitung

Die Bewegungsanalyse, wie wir sie hier behandeln, hat zum Ziel, Bewegungsabläufe oder Bewegungsmuster und die damit verbundenen mechanischen Merkmale zu quantifizieren, um Modelle zu überprüfen oder Normbewegungen und deren Abweichungen festzuhalten. Bei solchen Analysen muss „Theorie“ und „Experiment“ verknüpft werden, damit die Messungen und die Resultate inhaltlich sinnvoll sind.

Bei der Bewegungsanalyse wird die Kinematik ausgezeichneter Punkte eines gewünschten Körperteils erfasst. Die Kinematik dieser Punkte kann durch unterschiedliche Messmethoden erfasst werden. Die einfachste Methode ist es, den Körper mit Markern zu versehen und die Bewegung dieser Marker zu erfassen und zu analysieren. Experimentell einfach zugänglich sind Positionsmarker auf der Haut (siehe Abbildung 3.9, Bild links; 3.16, Bild links).

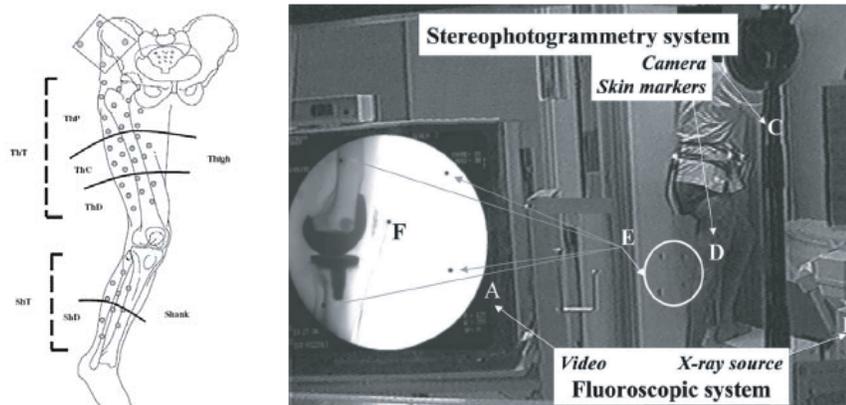


Abbildung 3.9: Links: Hautmarker am Ober- und Unterschenkel zur Bestimmung der Messgenauigkeit in der Dynamik. Rechts: Versuchsaufbau mit Fluoroskop und Hilfsmarker am Skelett zur Herstellung der Relation „Hautmarker - Knochenstruktur“. Aus R. Stagni et al., 2005.

Solche Marker haben den Nachteil, dass sie mit der knöchernen Struktur nicht verbunden sind und daher zum Teil grosse Verschiebungen zulassen. Die Größenordnung dieser Verschiebungen gegenüber der inneren knöchernen Struktur liegt im Bereich von 1 bis 3 cm. Aber auch die Standardabweichungen solcher Hautmarker-Verschiebungen sind gross (siehe Abbildung 3.10).

Marker am Knochen sind hingegen bei nicht invasiven und nicht belastenden Methoden experimentell unzugänglich. Ist man aus irgendwelchen Gründen auf solche Informationen angewiesen, so werden so genannte „bone-pins“ implantiert, die eine indirekte, aber genaue Information über die Position liefern (siehe Abbildung 3.11). Eine andere Möglichkeit, die Bewegung zu erfassen, wird über die Implantierung von kleinen Metallkugeln im Gewebe erreicht, so dass deren

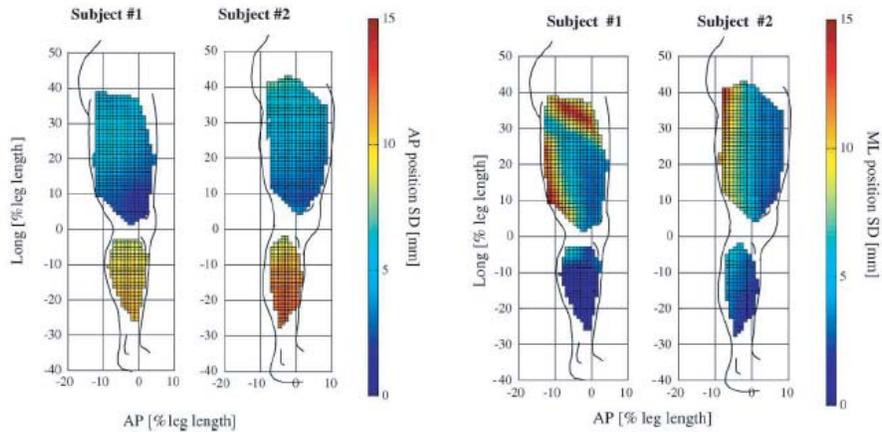


Abbildung 3.10: Darstellung der Standardabweichungen der Verschiebungen der Hautmarker. Links: Anterior-posteriore Richtung der Verschiebungen, rechts: medio-laterale Richtung der Verschiebungen. Nach R. Stagni et al., 2005.



Abbildung 3.11: Links: Bone-pins befestigt im Femur in der Tibia und im Talus. Rechts: VP während einer Ganganalyse. Aus Stacoff et al., J of Biomechanics (2000).

Position über Röntgenfilme bestimmt werden kann (Abbildung 3.12, unteres Bild), oder z.B. mit Hilfe der Fluoroskopie (Abbildung 3.12, oberes Bild). Diese zwei letzten Methoden werden als belastende Methoden bezeichnet, da bei jeder Messung die Person einer bestimmten Dosis an Röntgenstrahlen ausgesetzt ist.

Bewegungsanalysen werden vermehrt auch im Tierreich durchgeführt um Bewegungen und deren Charakteristiken nicht nur qualitativ sondern auch quantitativ zu beschreiben. Ein paar wenige Beispiele aus neuerer Zeit mit vergleichbaren

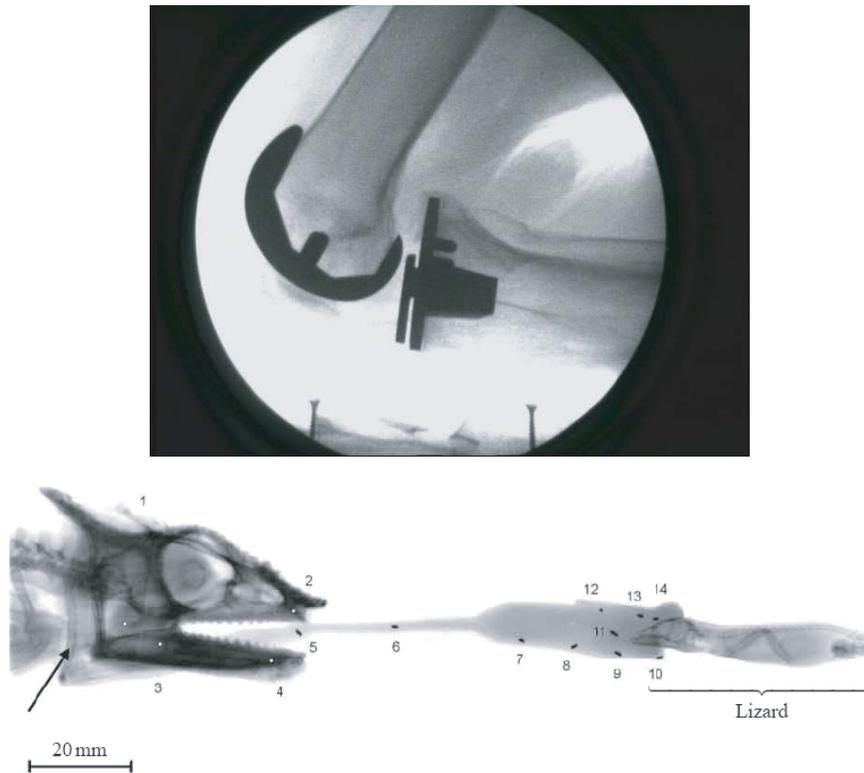


Abbildung 3.12: Oben: Ein Fluoroskopie-Einzelbild zur weiteren Verarbeitung der Kinematik im Kniegelenk. Aus Banks, Stacoff et al., ISTA (2001). Unten: Statisches X-Bild von Kopf und Zunge des Chameleons. Die schwarzen Punkte beschreiben den Ort kleiner implantierter Bleikugeln um die Bewegung der Zunge im Detail analysieren zu können. Aus Herrel et al, 2000.

Fragestellungen wie in der Ganganalyse sind:

- Fry et al (2003), The Aerodynamics of Free-Flight Maneuvers in *Drosophila*, Science, Vol 300, 495-6.
- Hutchinson et al. (2003), Are fast-moving elephants really running? Nature, Vol 922, 493-4.
- Lichtwark G.A. (2003), A catapult action for rapid limb protraction. Nature, Vol 421, 35-36.
- Ridgel et al. (2003), Effects of aging on the behavior and leg kinematics during locomotion in two species of cockroach. The Journal of Experimental Biology, 206, 4453-4465.
- Sane S.P. (2003), The aerodynamics of insect flight. The Journal of Experimental Biology, 206, 4191-4208. Walter R.M. (2003), Kinematics of 90° running turns in wild mice. The Journal of Experimental Biology, 206, 1739-1749.

- Balint et al. (2001), The correlation between wing kinematics and steering activity in the blowfly *Calliphora vicina*. *The Journal of Experimental Biology*, 204, 4213-4226.
- Herrel et al. (2000), The mechanics of prey prehension in chameleons. *The Journal of Experimental Biology*, 203, 3255-3263.



Abbildung 3.13: Markierung der Haut um die Gangart zu Quantifizieren. Aus Hutchinson et al., 2003.

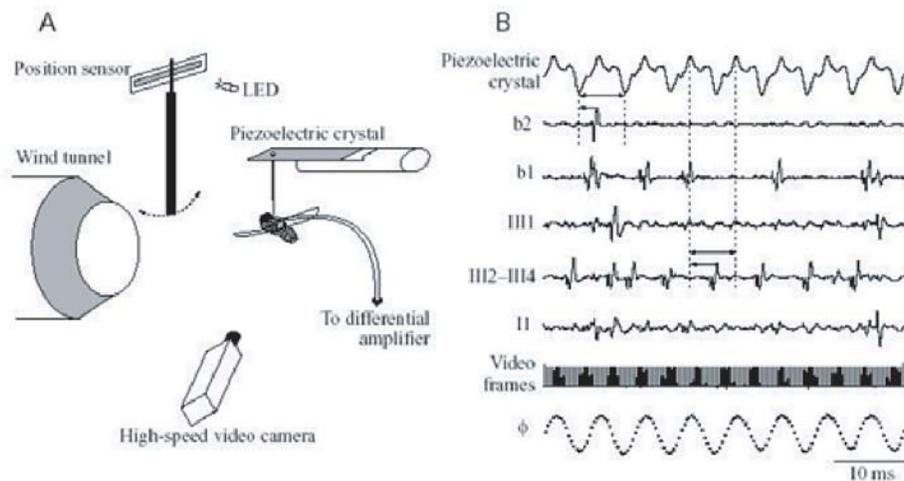


Abbildung 3.14: Messanordnung und Messsignal zur Quantifizierung der Flugbewegung der Biene. Aus Fry et al., 2003.

Diese Beispiele zeigen auf, dass Bewegungsanalysen auch heutzutage noch durchgeführt und in sehr prominenten Zeitschriften veröffentlicht werden. Diese Tatsache bedeutet, dass der Drang nach dem quantitativen Verständnis von biolo-

gischen Systemen für einen grossen Kreis von Wissenschaftlern gross ist. Experimente und die dazu gehörigen Daten ermöglichen das Überprüfen von Modellen, die die Natur „entwickelt“ hat. So schreibt Sanjay P. Sane in seinem Review von 2003 „The aerodynamics of insect flight“: *The flight of insects has fascinated physicists and biologists for more than a century. Yet, until recently, researchers were unable to rigorously quantify the complex wing motions of flapping insects or measure the forces and flows around their wings. However, recent developments in high-speed videography and tools for computational and mechanical modeling have allowed researchers to make rapid progress in advancing our understanding of insect flight. . . . This review covers the basic physical principles underlying flapping flight in insects, results of recent experiments concerning the aerodynamics of insect flight, as well as the different approaches used to model these phenomena.*

Bemerkung: Im sportlichen Umfeld werden ebenfalls solche Analysen durchgeführt, um „optimale“ Bewegungen bezüglich der sportlichen Leistung zu bestimmen. Dieses Vorgehen ist nicht a priori erfolgreich, da individuelle Unterschiede im Körperbau in der Regel auch zu einem unterschiedlichen „optimalen“ Bewegungsablauf führen. (Siehe auch Kapitel 4, Optimale Bewegungen).

3.3.2 Beispiel *Gehen*

Der Bewegungsapparat eines jeden Individuums weist im Allgemeinen eine „Links-Rechts“ Symmetrie auf. Eine Symmetrie im Körperbau führt bei einer symmetrischen Aktivierung der Muskulatur zu einer symmetrischen Bewegung. Gehen und Laufen sind in der Regel symmetrische Bewegungen. Grobe Abweichungen von dieser Symmetrie - z.B. bedingt durch Beschwerden und/oder Verletzungen - werden auch als Hinken bezeichnet. Ein länger andauerndes Hinken führt oft zu weiteren Beschwerden am Bewegungsapparat. Die Anpassungsstrategie des Bewegungsapparates bei Verletzungen und Beschwerden ist sehr komplex und wird nach wie vor erforscht. Welche Effekte haben z.B. orthopädische / medizinische Interventionen z.B. in der Form von Spezialschuhen oder Verbänden? Ist das veränderte Gangbild eine Folge von rein mechanischen Nebenbedingungen z.B. bedingt durch den Spezialschuh? Oder ist das veränderte Gangbild das Resultat eines veränderten/angepassten Aktivitätsmusters als Folge der mechanischen Nebenbedingungen? Die „Wahrheit“ wird in einer Kombination dieser Mechanismen zu suchen sein, jedoch ist die Grössenordnung der Effekte für den Mediziner von grosser Bedeutung.

Eine einfache Darstellung der Bewegung *Gehen* ist in Abbildung 3.15 in Form des „Strichmännlis“ dargestellt (Projektion der Verbindungslinien von ausgewählten Markern in die x - z -Ebene). Solche Darstellungen sind für das Auge zwar illustrativ, jedoch zur Quantifizierung ungeeignet. Für die Quantifizierung eines Bewegungsablaufes werden oft Positionen von Markern, deren Geschwindigkeiten oder Winkelverläufe verwendet (siehe z.B. Abbildung 3.16). In Abbildung 3.16, links ist der Verlauf des Markers „HEEL“ dargestellt (oberes Bild: Verschiebung in vertikaler Richtung, mittleres Bild: Geschwindigkeit in vertikaler Richtung, unteres Bild: Geschwindigkeit in horizontaler Richtung). In Ab-

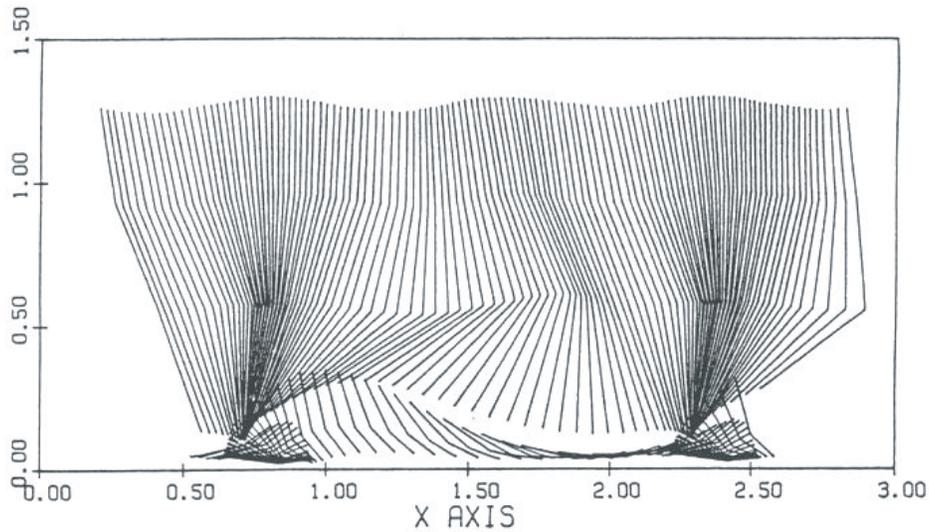


Abbildung 3.15: Darstellung der Bewegung Gehen als „Strichmännli“. Aus D. Winter, 1991.

bildung 3.17 Bild links, sind Fuss, Unterschenkel und Oberschenkel je mit zwei Markern versehen. Daraus kann die Ausrichtung der einzelnen Körper mit den

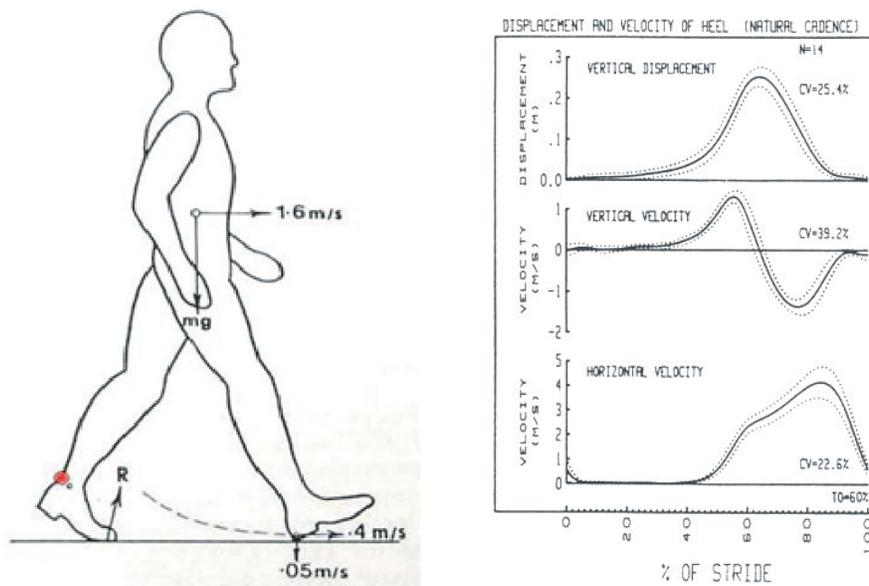


Abbildung 3.16: Links: Schematisches Bild einer Person beim Gehen mit eingezeichneter Marke „HEEL“. Rechts: Grafische Darstellung der Normbewegung vom Marker „FERSE (= HEEL)“ in horizontaler und vertikaler Richtung, sowie dessen Geschwindigkeitsverlauf in vertikaler Richtung. Eingezeichnet sind Mittelwertsverläufe und Vertrauensintervalle.

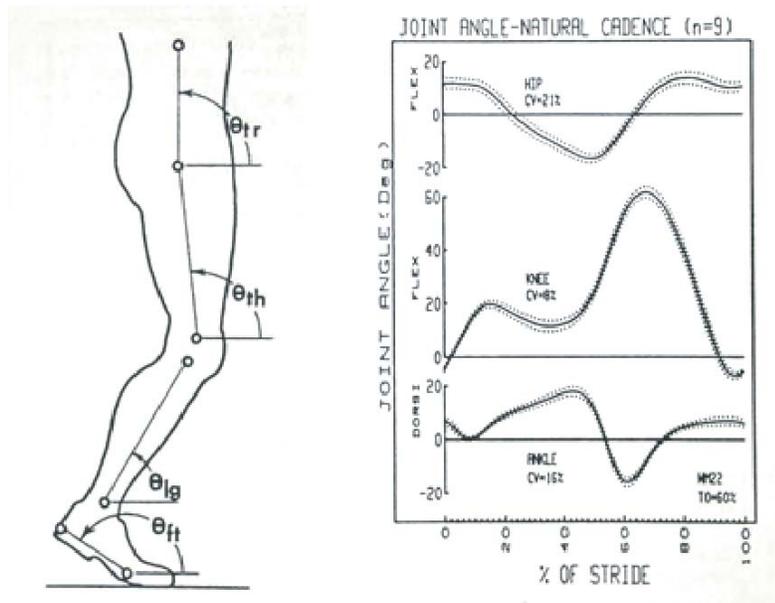


Abbildung 3.17: Schematische Darstellung der Winkel der einzelnen Körpersegmente Fuss, Unterschenkel, Oberschenkel und Rumpf. Daraus berechnen sich die „Gelenkwinkel“ Knöchel (= OSG), Knie und Hüfte. Rechts: Grafische Darstellung der Reproduzierbarkeit des Gehens bei natürlicher Kadenz anhand der Gelenkwinkel OSG, Knie und Hüfte.

eingezeichneten Winkeln beschrieben und die Gelenkwinkel berechnet werden. Diese Verläufe - bei mehreren Schritten - sind in Abbildung 3.17, Bild rechts dargestellt. Die Daten weisen darauf hin, dass das Gehen eine sehr gut wiederholbare Bewegung ist. Weitere Beispiele aus dem Laboratorium für Biomechanik ETHZ findet man bei Stacoff et al. 2000.

Die Eigenschaft der Reproduzierbarkeit einer Bewegung ist auch aus den dazu gehörigen Bodenreaktionskräften ersichtlich (siehe Abbildung 3.18, 3.19). Da aber die Kraft mit der zweiten Ableitung des Körperschwerpunktes verknüpft ist, sind Feinheiten sowohl in der Reproduzierbarkeit als auch im Links-Rechts-Vergleich leichter zu erkennen als aus Winkel- oder Positionsverläufen. In diesem Beispiel eines Doppelschrittes ist die Regelmässigkeit sowohl beim Links-Links-Vergleich (bzw. Rechts-Rechts-Vergleich), als auch beim Links-Rechts-Vergleich qualitativ sehr gut.

Die Graphen der gemessenen Personen zur Bestimmung der Kurz- und Langzeit-Reproduzierbarkeit der Bodenreaktionskraft sind in Abbildung 3.18 dargestellt. Die Kurz-Zeit-Reproduzierbarkeit bezieht sich auf einen Zeitraum von Minuten, die Lang-Zeit-Reproduzierbarkeit beschreibt das Verhalten über einen Zeitraum von Tagen. Wie aus den Messungen hervorgeht, ist die Kurz-Zeit-Reproduzierbarkeit besser als die Reproduzierbarkeit von Kraftdaten über mehrere Tage. Dieses Resultat entspricht den Erwartungen. Die Güte der Reproduzierbarkeit von Messresultaten ist in einem biologischen Umfeld wichtig um korrekte Schlüsse ziehen zu können. Die Kenntnis über die Güte der Repro-

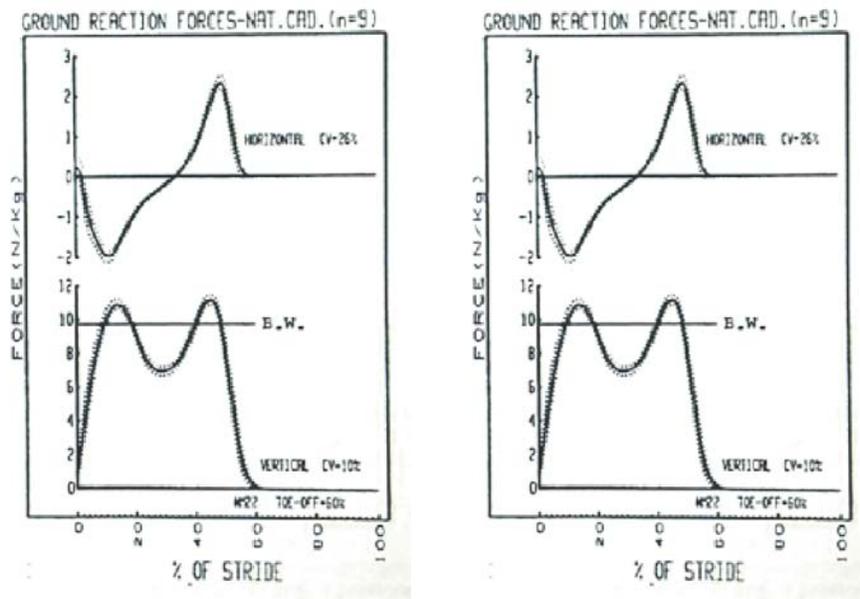


Abbildung 3.18: Darstellung der Kurz- (links) und Langzeit-Reproduzierbarkeit (rechts) der Bodenreaktionskraft.

duzierbarkeit ist z.B. in einem Rehabilitationsprogramm grundlegend um den Fortschritt einer Behandlung zu erkennen. Das Schritttempo hat ebenfalls einen

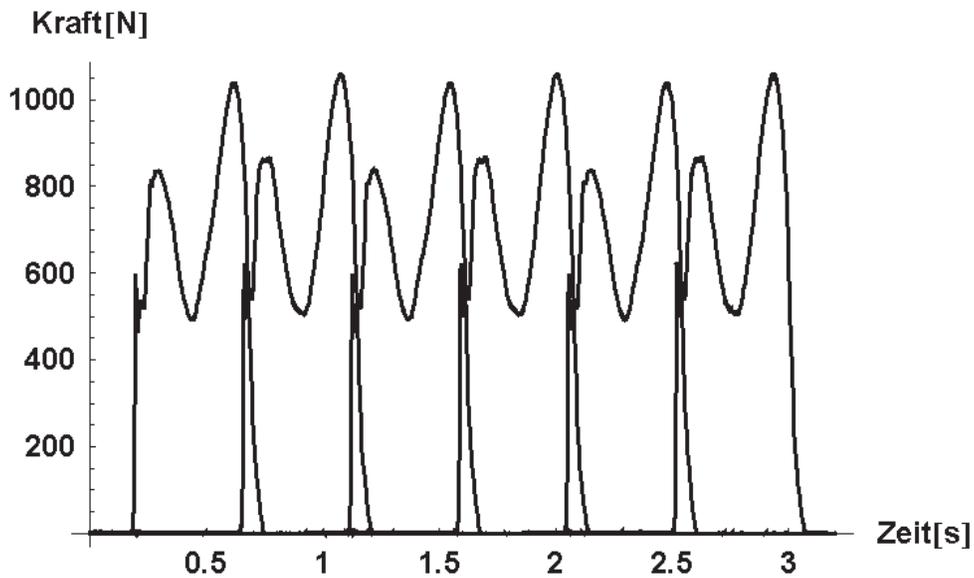


Abbildung 3.19: Die Bodenreaktionskraft über mehrere Schritte. Bei genauer Messung und korrekter Mittelung bleibt die erste Spitze „sichtbar“. Messungen aus dem Laboratorium für Biomechanik.

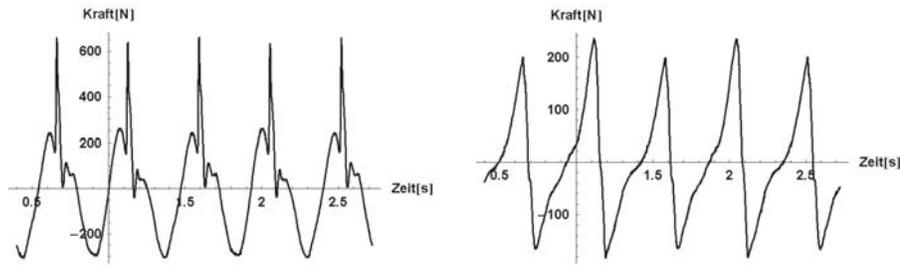


Abbildung 3.20: Grösse und Form der äusseren Kräfte beim Gehen, die auf dem Körper eingreifen (links: z -Richtung, rechts: x -Richtung).

starken Einfluss auf die Bodenreaktionskraft. Die Resultate zeigen, dass das Gehen mit natürlicher Kadenz die geringste Variabilität in der Bodenreaktionskraft aufweist verglichen zu Gehen bei tiefer und hoher Kadenz. In der ersten Hälfte der Kontaktphase sind die Unterschiede grösser als in der zweiten Hälfte. Diese Eigenschaft stellt wiederum ein zu erwartendes Resultat dar, da der „Controller“ die Bewegung Gehen mit natürlicher Schrittkadenz am „Besten“ kennt.

Einzelne Personen zeigen innerhalb eines Schrittes grosse Unterschiede während der Abbrems- und der Abstossphase - die „zweigipflige“ Kurve wird sehr asymmetrisch. Dieses Verhalten ist in Abbildung 3.19, 3.20 dargestellt. Diese Person weist in der ersten Hälfte des Bodenkontaktes eine kleinere Bodenreaktionskraft in vertikaler Richtung auf als in der zweiten Hälfte des Bodenkontaktes. Eine Asymmetrie in der Kraftkurve führt zwangsweise zu einer Asymmetrie im Wegverlauf. Diese Zusammenhänge werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

3.3.3 Informationen aus Energie- und Impulssätze

Welche generellen Informationen über die Bewegung können die wohlbekanntesten Energie-, Impuls- und Drehimpulssätze vermitteln? In diesem Abschnitt werden hauptsächlich die Informationen aus den Impuls- und Energiesätzen in einer einfachen Form auf Bewegungsabläufe wie Gehen, Laufen oder Springen angewendet. Die Bewegungen „Gehen“ und „Laufen“ sind Beispiele von quasi-periodischen Bewegungen mit der Periodenzeit T . Diese Periodizität bedeutet, dass fast alle kinetischen und mechanischen Variablen wie z.B. die Laufgeschwindigkeit, ein Kniewinkel, eine Kniewinkelgeschwindigkeit, aber auch Muskelkräfte folgender Gleichung genügen:

$$X(t + T) = X(t), \quad \forall t \quad (3.49)$$

Ausnahmen sind die absoluten Positionen z.B. Marker Knie, Hüfte oder Körperschwerpunkt in Bewegungsrichtung beim Gehen oder Laufen (Hier: Bewegungsrichtung = x -Richtung). Bei dieser Kategorie von Markern gilt die Bedingung:

$$X(t + T) = X(t) + Y_0, \quad \forall t \quad (3.50)$$

oder allgemein formuliert für jedes $n \in \mathbb{N}_0$:

$$X(t + n \cdot T) = X(t) + n \cdot Y_0, \quad \forall t \quad (3.51)$$

Wir interessieren uns bei diesen Betrachtungen für die Bewegung des Körperschwerpunktes (KSP). Der KSP kann exakt aus den Positionen sinnvoll gewählter Marker einer kinematischen Kette errechnet werden, falls die einzelnen Glieder rigid und die dazugehörigen Massenanteile bekannt sind. Diese Voraussetzung ist einfach zu erfüllen, wenn der Mensch in einer primitiven Vereinfachung als ein Ensemble von starren Körpern betrachtet wird. Die Anwendung des Impulssatzes auf das System „Mensch“ im nicht abgeschlossenen System lautet:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F}_{\text{aussen}} \cdot \Delta t \quad (3.52)$$

mit \vec{F}_{aussen} als die Summe aus Gewichtskraft und Bodenreaktionskraft. Die Bodenreaktionskraft beim Gehen weist für einen Fuss die typische „2-Buckel-Gestalt“ in z -Richtung auf (siehe Abbildung 3.21). Die Bodenreaktionskraft, die auf den Körper „Mensch“ wirkt ist die Summe der Kräfte beider Füße. Die äussere Kraft ist gegeben durch:

$$\vec{F}_{\text{aussen}} = \vec{F}_{\text{Boden}} - m \cdot \vec{g} \quad (3.53)$$

oder in Komponenten ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} F_{\text{aussen},x} &= F_{\text{Boden},x}, & F_{\text{aussen},y} &= F_{\text{Boden},y} \\ F_{\text{aussen},z} &= F_{\text{Boden},z} - m \cdot g \end{aligned} \quad (3.54)$$

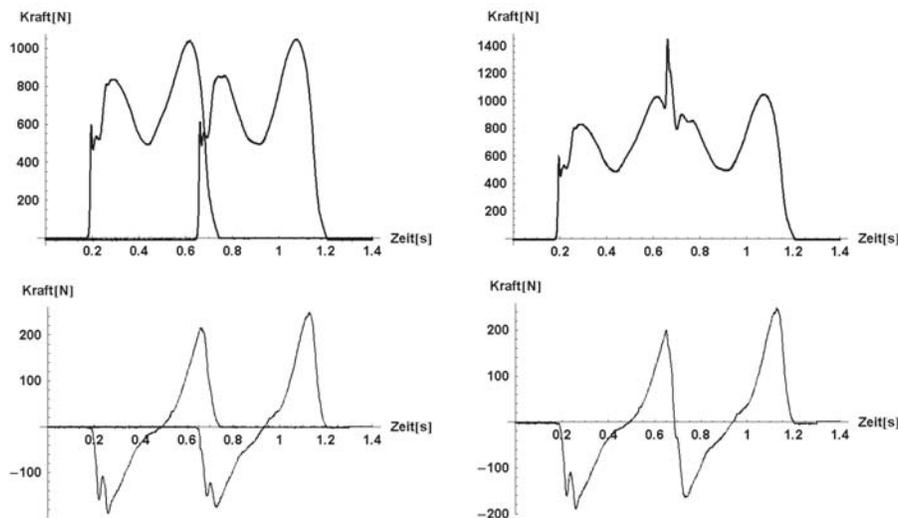


Abbildung 3.21: Bodenreaktionskräfte beim Gehen. Obere Bilder: Kraft in z -Richtung, links: Kraft pro Fuss, rechts: deren Summe. Untere Bilder: Kraft in x -Richtung, links: Kraft pro Fuss, rechts: deren Summe.

Die entsprechenden Kräfte in Vor- bzw. Rückwärts-Richtung sind in der oberen Abbildung (Abbildung 3.21, untere Reihe dargestellt). Beim Aufsetzen des Fusses auf den Boden ist die Richtung der Kraft $F_{\text{Boden},x}$, die auf den Körper wirkt entgegen der Bewegungsrichtung (also negativ) und bremst die Bewegung ab. Beim Abstossen wirkt die Kraft vom Boden in Bewegungsrichtung, die Bodenreaktionskraft ist positiv und der Körper wird nach vorne beschleunigt.

Aus der Bewegungsgleichung folgt für den Impuls des Körperschwerpunktes:

$$m \cdot \vec{v}_{KSP}(t) = m \cdot \vec{v}_{KSP}(t_0) + \int_{t_0}^t (\vec{F}_{Boden}(\tau) - m \cdot \vec{g}) d\tau \quad (3.55)$$

Der Impuls $m \cdot \vec{v}_{KSP}(t)$ zum Zeitpunkt t wird über den Impuls zum Zeitpunkt t_0 und über die Integration der resultierenden Kraft $\vec{F}_{Boden} - m \cdot \vec{g}$ bestimmt.

Die Geschwindigkeit in vertikaler Richtung $v_{KSP,z}(t)$ beträgt demnach:

$$v_{KSP,z}(t) = v_{KSP,z}(t_0) + \int_{t_0}^t \left(\frac{F_{Boden,z}(\tau)}{m} - g \right) d\tau \quad (3.56)$$

Da aber die Bewegung periodisch ist, gilt:

$$v_{KSP,z}(t + T) = v_{KSP,z}(t) \quad \forall t \quad (3.57)$$

Diese obige Relation gilt für jedes beliebige t . Daher kann man für die Geschwindigkeit $v_{KSP}(t)$ in z -Richtung die beiden Beziehungen für ein fest gewähltes t formulieren:

$$v_{KSP,z}(t + T) = v_{KSP,z}(t) \quad (3.58)$$

und:

$$\begin{aligned} v_{KSP,z}(t) &= v_{KSP,z}(t_0) + \int_{t_0}^t \left(\frac{F_{Boden,z}(\tau)}{m} - g \right) d\tau \\ v_{KSP,z}(t + T) &= v_{KSP,z}(t_0) + \int_{t_0}^{t+T} \left(\frac{F_{Boden,z}(\tau)}{m} - g \right) d\tau \end{aligned} \quad (3.59)$$

und damit gilt für jedes t :

$$\int_t^{t+T} \left(\frac{F_{Boden,z}(\tau)}{m} - g \right) d\tau = 0 \quad (3.60)$$

Die obige Formel bedeutet: Wenn die Geschwindigkeit nach jeder Periodendauer T gleich gross ist, so muss die Summe der resultierenden Beschleunigungen über diese Zeitdauer gleich null sein, da sich der Körper sonst nach dieser Zeit beschleunigt oder verlangsamt hätte! Aus der Geschwindigkeit $v_{KSP,z}(t)$ kann durch Integration der Weg $s_{KSP,z}$ in vertikaler Richtung bestimmt werden.

$$\begin{aligned} s_{KSP,z}(t) &= s_{KSP,z}(t_0) + \int_{t_0}^t v_{KSP,z}(\tau) d\tau = s_{KSP,z}(t_0) + \\ &\int_{t_0}^t \left(v_{KSP,z}(t_0) + \left(\int_{t_0}^{\hat{\tau}} \frac{F_{Boden,z}(\hat{\tau})}{m} - g \right) d\hat{\tau} \right) d\tau \end{aligned} \quad (3.61)$$

Für den Weg in vertikaler Richtung $s_{KSP,z}(t)$ gelten die gleichen Periodizitätsüberlegungen wie für die Geschwindigkeit $v_{KSP,z}(t)$; der KSP schwingt periodisch auf und ab, d.h. es gilt:

$$s_{KSP,z}(t + T) = s_{KSP,z}(t), \quad \forall t \quad (3.62)$$

Man erhält also aus diesen zwei letzten Gleichung folgende Beziehung $\forall t$ und für jedes beliebig gewählte t_0 :

$$\int_t^{t+T} \left(v_{KSP,z}(t_0) + \left(\int_{t_0}^{\tau} \frac{F_{Boden,z}(\hat{\tau})}{m} - g \right) d\hat{\tau} \right) d\tau = 0 \quad (3.63)$$

oder in Summanden ausserhalb der Integration „zerlegt“:

$$v_{KSP,z}(t_0) \cdot T = - \int_t^{t+T} \left(\int_{t_0}^{\tau} \frac{F_{Boden,z}(\hat{\tau})}{m} - g \right) d\hat{\tau} d\tau \quad (3.64)$$

Wählt man in dieser Gleichung den Zeitpunkt t_0 identisch mit dem Zeitpunkt t , so erhält man die Formel für die Geschwindigkeit an der Stelle t . Sie ist also aus den gemessenen Bodenreaktionskräften über eine Periode T direkt bestimmbar:

$$v_{KSP,z}(t) = -\frac{1}{T} \cdot \int_t^{t+T} \left(\int_t^{\tau} \frac{F_{Boden,z}(\hat{\tau})}{m} - g \right) d\hat{\tau} d\tau \quad (3.65)$$

Ähnliche Überlegungen können auch für die x -Richtung angestellt werden. Da das *Gehen* eine periodische Bewegung ist, ist auch die mechanische Energie des Systems beim Gehen in der Ebene eine periodische Funktion. Einfache Überlegungen und Abschätzungen führen zu Folgenden Resultaten: Pro Schritt produzieren soleus und gastrocnemius ca. 1.8 cal an Wärme. Umgerechnet auf eine Stunde Gehen, dividiert durch die Masse der Person ($m = 75$ kg), erhält man den Wert von ca. 200 cal pro Stunde und pro Kilogramm Körpermasse. Setzt man ähnliche Werte für die Wärmeproduktion der Oberschenkel-, Gesäss- und Rumpfmuskulatur ein, so setzt der Mensch beim Gehen in der Ebene grössenordnungsmässig 1 kcal Energie in Wärme um pro Stunde und pro Masse. Der tatsächliche Verbrauch ist etwas grösser als die obige Abschätzung. Eine genauere Analyse von Energieverbrauch und Leistung im Generellen wird im nächsten Semester aufgegriffen und behandelt.

3.4 Bestimmung der Belastung im Fuss- und Kniegelenk beim Gehen

3.4.1 Einleitung

Das Ziel der Belastungsanalyse ist es, aus gemessenen Grössen, wie beispielsweise den äusseren Kräften und deren Angriffspunkten in Kombination mit kinematischen Variablen (Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung bestimmter Marker), auf innere Kräfte zu schliessen. Dazu ist eine mechanische Beschreibung, bzw. ein mechanisches Modell des zu untersuchenden Körpers notwendig

Als Beispiel wird die Belastung im Fuss- und im Kniegelenk beim Gehen bestimmt. Die unteren Extremitäten Oberschenkel (OS), Unterschenkel (US) und Fuss werden hier stark vereinfacht und als kinematische Kette beschrieben (siehe Abschnitt 3.2 und Abbildung 3.22). Mehrere Muskelkräfte wirken zwischen Oberschenkel, Unterschenkel und Fuss und ermöglichen die koordinierte Bewegungen *Gehen*.

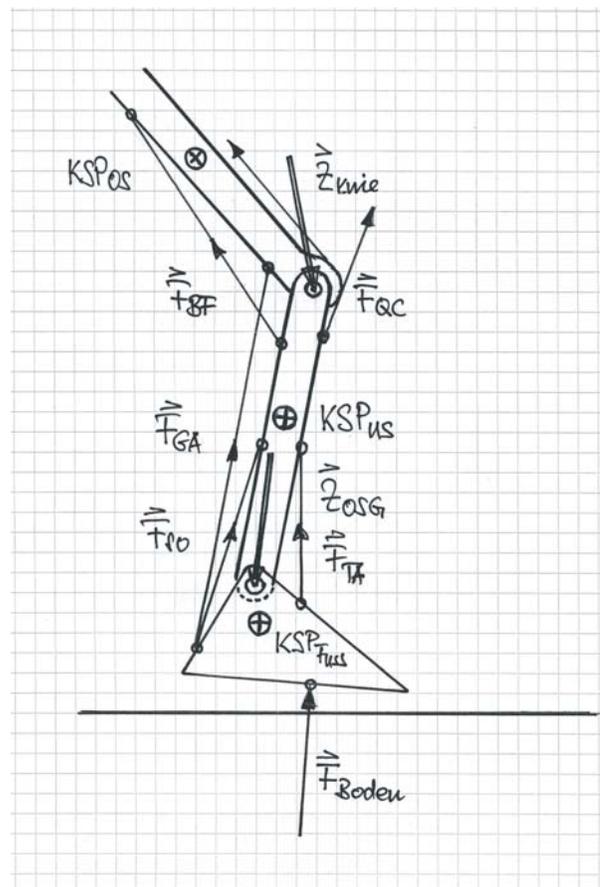


Abbildung 3.22: Schematische Darstellung der Kräfte die am Körper *Fuss* bzw. am Körper *Unterschenkel* angreifen. Mehr dazu siehe Text.

Von all den Muskelkräften, die das obere Sprunggelenk (OSG) und das Kniegelenk (KNIE) überkreuzen, sollen nur folgende Muskeln bzw. Muskelgruppen miteinbezogen werden: M. tibialis anterior (TA), M. soleus (SO), M. gastrocnemius (GA), M. quadriceps (QC) und der M. biceps femoris (BF). Diese Muskelkräfte und die Zwangskraft im Fussgelenk (Z_{OSG}) und Kniegelenk (Z_{Knie}) sind die unbekannt Grössen, die bestimmt werden sollen (siehe Abbildung 3.22).

Das muskuläre Drehmoment bezüglich dem OSG M_{OSG} ist eine Funktion der Muskelkräfte und deren Hebelarme, die das OSG überkreuzen. Der analytische Ausdruck dazu lautet:

$$M_{OSG} \equiv -d_{TA} \cdot F_{TA} + d_{SO} \cdot F_{SO} + d_{GA} \cdot F_{GA} \quad (3.66)$$

Diese Grösse kann eindeutig aus Messungen ermittelt werden; der Zusammenhang ist gegeben durch den Ausdruck (Bem.: Interpretation von \times siehe früher!) :

$$\begin{aligned} M_{OSG} &= I_{Fuss} \cdot \ddot{\phi}_{Fuss} + \vec{r}_{OSG-Fuss} \times (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + g) \\ &\quad + \vec{r}_{OSG-Boden} \times \vec{F}_{Boden} \\ &\doteq f_{1,gemessen} \end{aligned} \quad (3.67)$$

Die entsprechenden Formeln für das muskuläre Drehmoment bezüglich dem Kniegelenk lauten:

$$M_{KNIE} \equiv d_{GA} \cdot F_{GA} + d_{BF} \cdot F_{BF} - d_{QC} \cdot F_{QC} \quad (3.68)$$

und

$$\begin{aligned} M_{KNIE} &= I_{Fuss} \cdot \ddot{\phi}_{Fuss} + I_{US} \cdot \ddot{\phi}_{US} \\ &\quad + \vec{r}_{KNIE-Fuss} \times (\ddot{\vec{r}}_{Fuss} + g) + \vec{r}_{KNIE-US} \times (\ddot{\vec{r}}_{US} + g) \\ &\quad + \vec{r}_{KNIE-Boden} \times \vec{F}_{Boden} \\ &\doteq f_{2,gemessen} \end{aligned} \quad (3.69)$$

3.4.2 Praktische Umsetzung

Im Ganglabor des Laboratoriums für Biomechanik können routinemässig Bodenreaktionskräfte, der Bewegungsablauf und die dazugehörigen Muskelaktivitäten gemessen werden. Bei guter Kalibrierung ist die Messgenauigkeit der Marker im Raum, erfasst und verarbeitet durch das Vicon-System, von der Grössenordnung von einem bis zwei Millimeter. Die Kräfte werden mit vier Kistler-Kraftmessplatten (= KMP), die in einer Reihe angeordnet sind, erfasst. Diese KMPen weisen folgende Dimensionen auf: Länge = 60 cm, Breite = 40 cm. Damit kann problemlos ein Doppelschritt analysiert werden. Der Abstand der Kraft-Sensoren in Längsrichtung beträgt 40 cm, der Abstand *Sensor bis Plattenrand* beträgt demnach 10 cm. Der Abstand zwischen den Kraftmessplatten

beträgt 1 cm. Die Muskelaktivitäten werden mit handelsüblichen Messapparaturen aufgenommen und verarbeitet. Die EMG-Signale sind sehr empfindlich auf Störungen und sehr wichtig bei der Interpretation von Resultaten. Entsprechende Vorsicht ist deshalb sowohl beim Messvorgang als auch bei der Interpretation der Resultate angebracht.

3.4.3 Anthropometrie / Anthropometrische Daten

Die Berechnung der inneren Kräfte erfordert die Kenntnis der Teilmassen der Körpersegmente, da Teilgewichte und Trägheitskräfte berechnet werden müssen. Die Größen Masse, Position des Körperschwerpunktes und Trägheitsradius der wichtigsten Segmente der Extremitäten werden hier anhand von vorgegebenen Tabellenwerten bestimmt bzw. abgeschätzt. Die Werte sind auf die gleiche Weise wie bei den Körperlängen normiert, und zwar bezüglich der Gesamtkörpermasse.

Für die Berechnung der einzelnen Muskelkräfte sind - je nach Optimierungsansatz - Größen wie z.B. der physiologische Querschnitt, die Länge des kontraktilen Anteils, die Länge der Sehne (= serie-elastischer Anteil) oder die Hillparameter der einzelnen Muskeln notwendig. Die physiologischen Querschnitte einzelner Muskeln können ebenfalls aus Tabellen abgelesen werden. Aufgrund der Querschnittsflächen können dann auch die isometrischen Maximalkräfte der einzelnen Muskelgruppen angegeben werden. Diese beiden Informationen, die Querschnittsfläche und die Maximalkraft, werden bei den meisten Optimierungskriterien als Eingabe verlangt, um die individuellen Kräfte zu bestimmen.

3.4.4 Belastungen im Bereich des OSG

Vernachlässigt man die Trägheit und die Schwerkraft des Fusses (siehe Formel 3.67), so resultiert der einfache Ausdruck:

$$M_{OSG} \approx \vec{r}_{OSG-Boden} \cdot \vec{F}_{Boden} \doteq f_{1,gemessen} \quad (3.70)$$

Mit der Formel kann das muskuläre Drehmoment in guter Näherung (für das Gehen) berechnet werden. Dieses Drehmoment ist gleich null, wenn die VP den Boden nicht berührt! Die Einflüsse der Trägheit und der Schwerkraft können leicht berechnet werden (siehe Formel 3.67). Zur Berechnung der Muskelkräfte wird das Modell vereinfacht, d.h. wir betrachten *im ersten Anlauf* nur einen Agonisten und einen Antagonisten. Für den Agonisten, ein Gemisch aus soleus und gastrocnemius, wird hier ein vergrößerter soleus verwendet; die zwei Querschnittsflächen werden addiert.

Die generelle Problematik zur Bestimmung der individuellen inneren Kräfte wurde im *Kapitel 3.2* besprochen. Hier soll - bei der praktischen Umsetzung der theoretischen Überlegungen von Kapitel 3.2 - auf die Publikationen von Anderson und Pandey, (2003) *Gait and Posture* 17, 2003, 159-169, **Individual muscle contributions to support in normal walking**, und von Collins et

al, (1995), J Biomech 28, 251-67, **The Redundant Nature of Locomotor Optimization Laws** hingewiesen werden, die diesem Thema gewidmet ist.

Der Abstract der ersten Arbeit lautet: *The purpose of this study was to quantify the contributions made by individual muscles to support of the whole body during normal gait. A muscle's contribution to support was de-scribed by its contribution to the time history of the vertical force exerted by the ground. The analysis was based on a three-dimensional, muscle-actuated model of the body and a dynamic optimization solution for normal walking. The results showed that, in early stance, before the foot was placed flat on the ground, support was provided mainly by the ankle dorsiflexors. After foot-flat, but before contralateral toe-off, support was generated primarily by gluteus maximus, vasti, and posterior gluteus medius/minimus; these muscles were responsible for the first peak seen in the vertical ground-reaction force. The majority of support in midstance was provided by gluteus medius/minimus, with gravity assisting significantly as well. The ankle plantarflexors generated nearly all support in late stance; these muscles were responsible for the second peak in the vertical ground-reaction force. The results showed also that centrifugal forces act to decrease the vertical ground-reaction force, but only by minor amounts, and that resistance of the skeleton to the force of gravity is no larger than 1/2 body weight throughout the gait cycle.*

Die Problematik von unterschiedlichen Optimierungskriterien wird im Abstract deutlich zum Ausdruck gebracht: *A sagittal-plane model of the lower limb, which considered the possibility of antagonistic and synergistic muscle action and took account of the load-bearing roles of the cruciate ligaments, was applied to a dynamic analysis of level walking. It was hypothesized that: (1) the simple, one-sided constraints that intra-articular contact forces must be compressive and muscle and ligament forces tensile substantially reduce the redundancy of the load-transmitting structures of the lower limb, (2) many previously proposed optimization laws for muscle selection yield equivalent results, when they are applied to a finite set of admissible limiting solutions, and (3) the aforementioned optimization laws, when applied to a finite set of admissible limiting solutions, do not adequately predict the co-contraction of antagonistic muscles during gait. The problem of indeterminacy was resolved by considering all possible limiting solutions of the system unknowns on the dynamic equations. Although 498 limiting solutions of nine unknowns could arise at each sampled point on the gait cycle, the aforementioned one-sided constraints ruled out the large majority of them. It was shown that of the 498 possible, the minimum number of simultaneous admissible solutions for any subject was as few as three and the maximum number was only 18. The Principles of minimal total muscle force, squared muscle force, muscle stress, intra-articular contact force and instantaneous muscle power predicted remarkably similar patterns of muscle activity over the gait cycle. Of the six tested performance criteria, the Principle of minimal total ligament force was the least successful in terms of selecting solutions that closely matched the EMG patterns. This result implied that the muscles do not always act to protect the knee ligaments during gait. Finally, each of the above minimum principles failed to predict any antagonistic quadriceps-hamstrings*

action at the knee and hip around the event of heelstrike, although such activity was indicated by electromyography.

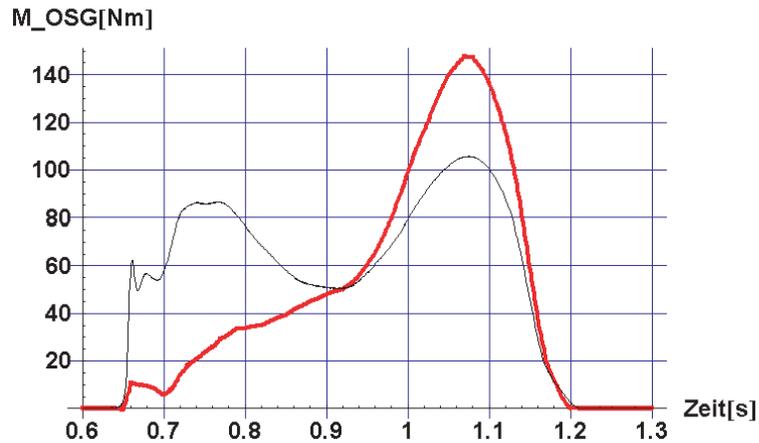


Abbildung 3.23: Das muskuläre Drehmoment M_{OSG} bezüglich dem oberen Sprunggelenk in Abhängigkeit von der Zeit beim Gehen (dicke Linie). Die dünne Linie beschreibt die vertikale Komponente der Bodenreaktionskraft in z -Richtung. Beispiel für Versuchsperson.

Der zeitliche Verlauf des angenäherten muskulären Drehmomentes um das OSG (Formel 3.70) ist in Abbildung 3.23 dargestellt. Das Drehmoment erreicht in der Abstoßphase Werte über 140 Nm . Daraus ergibt sich ein maximale Belastung der Achillessehne in dieser Phase von über 3000 N (Abbildung). Weitere

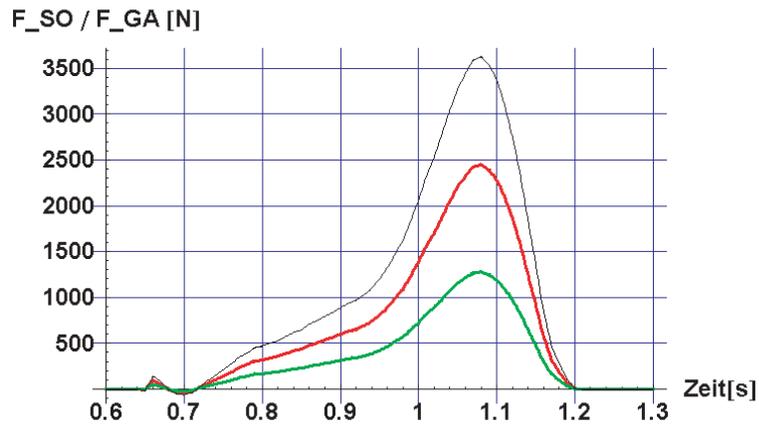


Abbildung 3.24: Die Muskelkräfte M. soleus und M. gastrocnemius, die - in diesem Beispiel - für das Gehen notwendig waren. Dünne Linie: beide Muskeln zusammen, rote Linie = M. soleus, grüne Linie = M. gastrocnemius unter Berücksichtigung der entsprechenden physiologischen Querschnitte $A_{SO} = 67 \text{ cm}^2$ bzw. $A_{GA} = 35 \text{ cm}^2$, aus D.A. Winter, 1979: Biomechanics of Human Movement.

Merkmale dieser zwei Grössen werden in der Vorlesung und in den Übungen diskutiert. Der obige Verlauf stellt ein *gute* Näherung des muskulären Drehmomentes dar, da die Einflüsse des Eigengewichtes des Fusses sowie deren Trägheit bei der Bewegung *Gehen* nicht von praktischer Bedeutung sind.

Die Belastung des oberen Sprunggelenkes ist in Abbildung 3.24 und Abbildung 3.25 dargestellt. Die Kraft vom Unterschenkel auf den Fuss erreicht in der Abstossphase Werte von über 4000 N - entsprechend gross ist dann auch die Beanspruchung des Materials *Knorpel*. Dieser Wert muss/kann mit kritischen Materialeigenschaften von Knorpel verglichen werden.

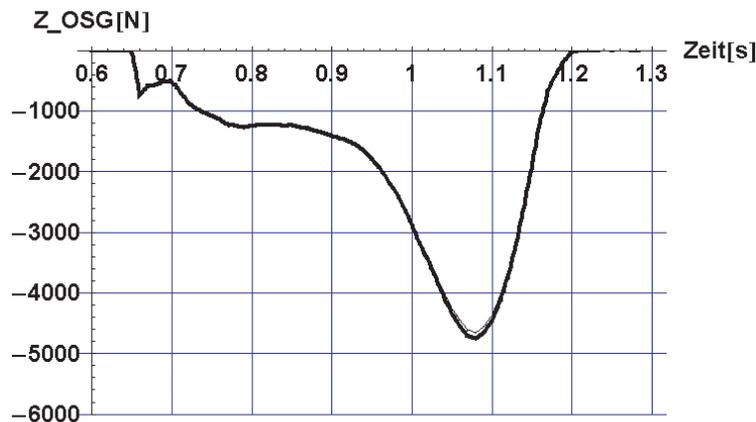


Abbildung 3.25: Der zeitliche Verlauf der Zwangskraft im OSG parallel zum Unterschenkel. Eingezeichnet ist (a) die Zwangskraft, falls *solues* und *gastrocnemius* die gleiche Spannung erzeugen (schwarze, dicke Linie), (b) die Zwangskraft, falls nur mit einem theoretischen Muskel gerechnet wird (schwarze, dünne Linie). Die Unterschiede in der Zwangskraft sind klein und nur im Bereich des Maximums im Bild sichtbar.

Details dürfen aus diesen Diagrammen nicht interpretiert werden, da beim Berechnen dieser Grössen verschiedene Vereinfachungen vorgenommen wurden. So wurde einerseits, um das Problem der Unbestimmtheit der Muskelkräfte zu umgehen, die Anzahl Muskeln, die das OSG überkreuzen auf eins reduziert, auf einen theoretischen Muskel als Repräsentant aller Muskeln. Die verschiedenen Optimierungskriterien und deren Resultate werden im Detail in der Vorlesung und den Übungen behandelt.

3.4.5 Belastungen im Bereich des Kniegelenkes

Vernachlässigt man auch hier Trägheit und Schwerkraft von Fuss und Unterschenkel so hat man zwei sehr einfache Ausdrücke um die zwei relevanten Grössen *muskuläres Drehmoment im OSG* und *muskuläres Drehmoment im Knie* experimentell zu bestimmen, nämlich (siehe Formeln 3.67 und 3.71):

$$M_{OSG} = \vec{r}_{OSG-Boden} \times \vec{F}_{Boden}$$

und

$$M_{KNIE} = \vec{r}_{KNIE-Boden} \times \vec{F}_{Boden}$$

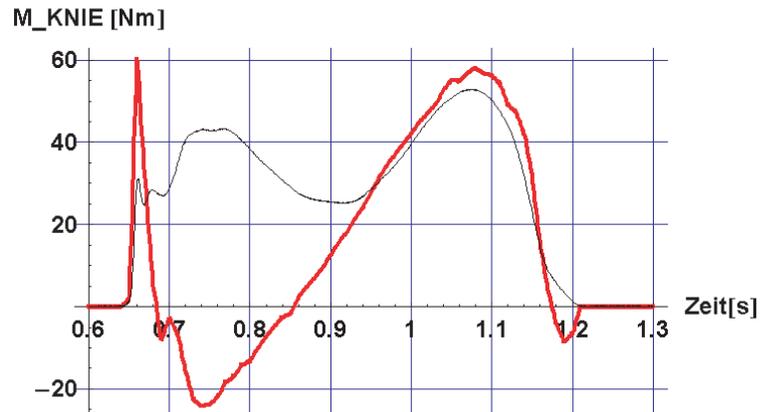


Abbildung 3.26: Das quasistatische muskuläre Drehmoment bezüglich der Kniegelenksachse. Die vertikale Komponente der Bodenreaktionskraft ist zur besseren Orientierung ebenfalls eingezeichnet. Beachte: (1) Die Größenordnung des Drehmomentes und das Vorzeichen im Vergleich zum Drehmoment bezüglich dem OSG! (2) Die erste markante Spitze im Drehmoment ist eine Folge der Approximationen - ein Muskel könnte nie so schnell Kraft *auf- und abbauen*.

Zur Berechnung der individuellen Muskelkräfte benötigt man das muskuläre System, d.h. die Muskeln welche im Beispiel zugelassen und damit das muskuläre Drehmoment erzeugen können und das *sinnvollere* Kriterium. Denn, da der M. gastrocnemius ein zweigelenkiger Muskel ist, können einfachere muskuläre System und einfache Kriterien zu Widersprüchen führen. Dieser Aspekt wird - ohne mathematischer Formalismus - in der Vorlesung besprochen.

3.5 Aufgaben

1. Geschwindigkeits- und Positionsschwankungen beim Gehen.

Gegeben: Die resultierende Kraft (= Summe aus Bodenreaktionskraft und Schwerkraft) in z -Richtung auf den Körper $F_{aussen,z}(t)$ sei eine Sinuskurve mit bekannter Amplitude F_0 . Die Periodenzeit ist T und m die Masse der Person. Zahlenbeispiel: $m = 60$ kg, $T = 0.5$ s, $F_0 = 200$ N und damit:

$$F_{aussen,z}(t) = F_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \quad (3.71)$$

Gesucht: Wie gross sind die Geschwindigkeits- und Positionsschwankungen innerhalb eines Zyklus?

2. Die Bodenreaktionskraft als reactio auf die Muskelkräfte

Gegeben: Linke, untere Extremität, Unterschenkel- und Fussegment.

Gesucht: (1) Zeichne in einem FBD (Free Body Diagramm) alle Kräfte ein (3 wichtigste Muskeln) mit Berücksichtigung der Gravitation und einer Bodenreaktionskraft. (2) Berechne die Bodenreaktionskraft in einer statischen Situation, unter Annahme der Werte in Tabelle 3.1 für zwei verschiedene Aktivierungen.

Muskel	Querschnitt A [cm ²]	Hebellänge h [cm]	Aktivierung z
Soleus	53.3	4.61	0.5
Gastrocnemius	30.2	4.61	0.2
Tibialis	9.8	2.9	0.3
Soleus	53.3	4.61	0.32
Gastrocnemius	30.2	4.61	0.65
Tibialis	9.8	2.9	0.95

Tabelle 3.1: Werte von Procter, 1982 und Dettwyler, 2005